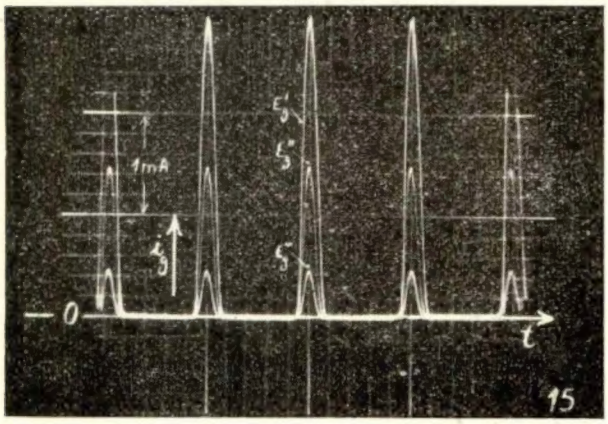
ponente alternado sinusoidal que atinge nos máximos positivos o ponto de início de condução de corrente de grelha (Fig. 6 — Cap. III).



Oscilograma n.° 15 i_g (t) para 3 valores da amplitude da tensão e_g, $E'_g > E''_g > E'''_g$

O oscilograma n.° 15 mostra a forma da corrente de grelha para três valores da amplitude do componente alternado da tensão aplicada à grelha, sendo fixa a tensão contínua negativa.

Os impulsos de corrente de grelha têm forma aproximadamente triangular. A sua amplitude e duração cresce com a amplitude da tensão alternada aplicada. Os máximos ocorrem em coincidência com os máximos da tensão.

3.2 — Do ponto de vista quantitativo interessa conhecer a amplitude da fundamental dos impulsos de corrente de grelha que designaremos por I_{g_1}, em função da amplitude do componente alternado da tensão E_1. Já sabemos que essa fundamental estará em fase com a tensão alternada aplicada.

As tensões contínuas empregadas nas medições foram

$$E_a = 150\,V \qquad E_g = -2\,V$$

que são os valores que também usámos no gerador de sub-harmónica. Os resultados só serão válidos para o valor de E_g escolhido, quanto a E_a como se disse tem pequena influência.

As medidas foram feitas com o analisador de ondas e os resultados constam do gráfico n.° 9.

Conhecido o valor de I_{g_1} pode definir-se uma condutividade equivalente relativa à frequência fundamental pela expressão seguinte:

$$S_{g_1} = \frac{I_{g_1}}{E_1}$$

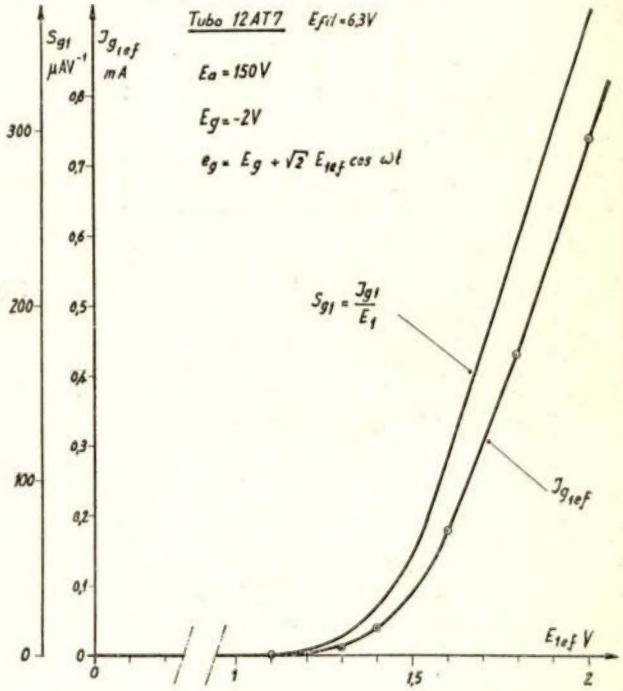
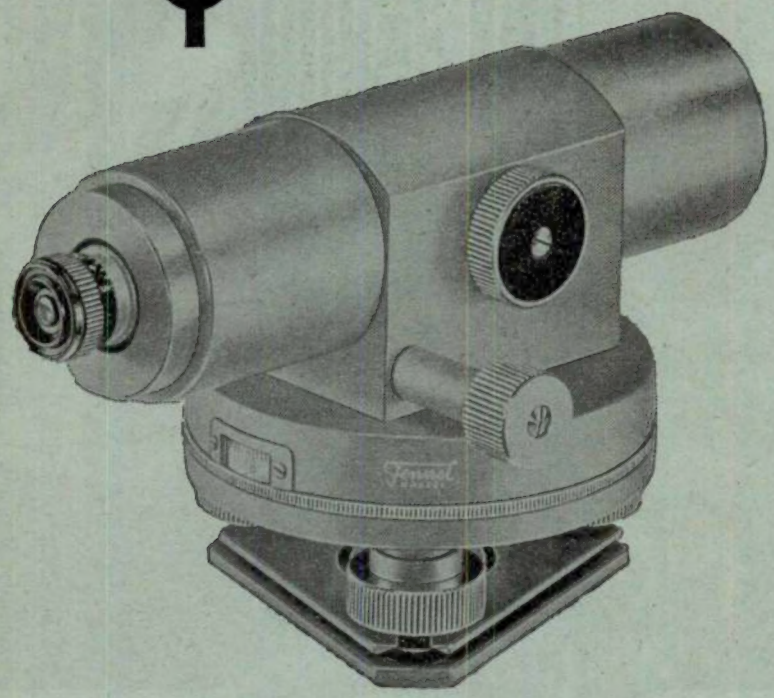


Gráfico n.° 9

No gráfico n.° 9 traçou-se também a curva de S_{g_1} em função da amplitude E_1, que será utilizada para prever a amplitude final das oscilações do gerador de sub-harmónica.

NÍVEL AUTOMÁTICO

Otto-Fennel



Moderno aparelho equipado com um sistema prismático pendular, colocando automàticamente a linha de mira na sua posição horizontal.

A simplicidade e robustez do processo utilizado e o seu grande rendimento de trabalho, tornam este aparelho excepcionalmente dotado para todos os nivelamentos técnicos

CARACTERÍSTICAS

Luneta — Nivelamento com focagem interna, óptica tratada, imagem direita Comprimento 200 mm. Ampliação 20 x. abertura da objectiva 25 mm. Distância mínima de mira 2,5 m. Constante de adição zero. Constante de multiplicação 100

Círculo horizontal — Diâmetro 100 mm. Graduação 1° 1 g.
Leitura directa 1° 1 g. Leitura por avaliação 6 10°

Sensibilidade do nível esférico: 8'
Tripé extensível, caixa metálica com pequenos acessórios
Pesos: aparelho 2 kg, caixa 2,400 kg; tripé 5,200 kg

REPRESENTANTES

PAPELARIA FERNANDES — S. A. R. L.

L. DO RATO, 13 — TEL. 68 21 31 / 39 — R. DO OURO, 145 — TEL. 2 83 61 / 2 60 66

LISBOA

máquinas eléctricas

TRANSFORMADORES

LICENÇA SIEMENS SCHUCKERT
ATÉ 1600 kVA 35 kV

MOTORES TRIFÁSICOS ASSINCRONOS

ATÉ 120 Cv

EMPRESA NACIONAL DE APARELHAGEM ELÉCTRICA, S. A. R. L. AV. 24 DE JULHO, 158 — LISBOA

DISTRIBUIDORES EXCLUSIVOS MOTRA EQUIPAMENTOS ELÉCTRICOS, S. A. R. L.
AV. INFANTE SANTO, 56 D-1.º LISBOA — TEL. 66 10 69 — 66 10 36

C. D. U. 519.2

INFORMAÇÃO E ENTROPIA

POR GUSTAVO DE CASTRO
Matemático Assistente do Laboratório
Nacional de Engenharia Civil

Este escrito é um excerto das folhas de um curso preparado para a Direcção dos Serviços Técnicos dos CTT (a quem fica a dever o estímulo e um interesse eficaz) e repetido, em parte, no Laboratório Nacional de Engenharia Civil. O assunto, recente, e a novidade na organização de um material disperso, no tratamento e nalguns resultados, reflectem-se na redacção, um tanto experimental, de algumas páginas e em algumas repetições voluntárias, para rodar as ideias. A sobriedade matemática sendo em assuntos novos um tanto nociva à sua inteligência, achou-se preferível não reduzir o texto.

1. INTRODUÇÃO

O Cálculo das Probabilidades começou por ser uma teoria dos jogos de azar na correspondência de PASCAL e FERMAT (1654). Cedo, porém, a fixação de rendas vitalícias e de prémios de seguros, com base nas probabilidades de morte dos indivíduos nas diversas idades estimadas por observações demográficas, veio trazer um estímulo continuado aos estudos de probabilidades. Depois, diremos que um século mais tarde, os erros de observação, sobretudo os erros das observações geodésicas, começaram a exercer grande influência na teoria. Por esse tempo, a probabilidade introduz-se na física (Teoria Cinética dos Gases). O tratamento de certas questões de estatística vem de longe em longe, e desde o princípio, juntar-se.

Em fins do século passado, a teoria dos jogos de azar como modelos de situações interessando a indústria seguradora, bem como a dos erros de observação, está estabilizada nos tratados. As questões estatísticas continuam avulsas e os progressos nesse sentido insatisfatórios. Do lado da física, a tentativa da teoria cinética alargou-se na mecânica estatística, que se propõe explicar a termodinâmica.

Circunstâncias várias empurraram neste século a teoria das probabilidades para uma crise de crescimento e um crescimento espectacular. Na física, e para arrumarmos um domínio onde as contribuições do Cálculo das Probabilidades são fundamentais embora os probabilistas pouco tenham contribuido directamente, o atomismo explicativo responsável pelos primeiros sucessos é substituído por uma física atómica e nuclear onde a descrição *aleatória* é omnipresente e defendida até como a única consentida pela própria natureza das coisas.

Para os cultores das probabilidades é, todavia, a criação da Estatística Matemática que constitui o progresso mais importante de qualquer lado que se veja, o resultado mais vultuoso mas de nenhum modo o único. A investigação dos processos estocásticos, por exemplo, directamente solicitada por questões da física, da astronomia, da economia, etc., conduziu a uma acumulação de resultados muito apreciável, à constituição dum ramo muito importante da velha árvore.

Uma linha de avanço, que também exige o estudo de processos estocásticos, de uma importância que toca de um lado a teoria do conhecimento e de outro a Cibernética, é a que se ocupa das teorias matemáticas da decisão e da informação no vasto domínio da Teoria Estatística das Telecomunicações. Parte dos problemas estão na Estatística Matemática; outra parte na Teoria Matemática da Informação que SHANNON criou.

Vamos neste escrito introduzir o conceito de entropia, fundamental na teoria de SHANNON, e utilizá-lo no esclarecimento dumas situações simples que o teorema fundamental de SHANNON para canais sem ruído governa. Antes, porém, vai esclarecer-se a índole do escrito.

A Teoria Matemática da Informação foi criada em 1948 por SHANNON para tratar problemas de telecomunicações. Raras vezes, porém, o criador da teoria matemática de um domínio de fenómenos exterior à matemática é tão bem sucedido como o foi SHANNON, dos pontos de vista que mais naturalmente interessam os matemáticos e são: a pureza da expressão da teoria, o rigor da sua construção e a exploração das suas possibilidades. As duas memórias que, em 1948, SHANNON

publicou no *Bell System Technical Journal* sob o título «*The Mathematical Theory of Communication*» mantêm pelas suas dezenas de páginas um estilo clássico, e exaurem vigorosamente as possibilidades da teorização; só do ponto de vista do rigor vieram alguns matemáticos contribuir depois e, sobretudo, porque SHANNON levantou problemas, não porque lhe falhassem os meios da sua época (1).

Por tudo isto, SHANNON e os que aperfeiçoaram a sua *teoria matemática* não se preocuparam em nos dar a chave para a sua compreensão: ele porque naturalmente se dirigia a um público ciente; os matemáticos, porque esta é uma das desvirtuações do seu trabalho que lhes veio do isolamento em que no último século se tem processado o progresso das suas ciências. É do conhecimento de todos os que conservam uma certa lucidez a verdade caricatural que o labor de certos metafísicos da matemática, clérigos de um novo obscurantismo, deram ao paradoxo de RUSSEL: «*As matemáticas são a única ciência em que se não sabe nunca do que se fala nem se é verdade o que se diz*».

Ora, como diz CARNAP, «*Logo que se passa do campo da matemática pura para o do conhecimento dos fenómenos naturais, por outras palavras, para a ciência empírica, que inclui as matemáticas aplicadas, precisamos alguma coisa mais que simples algoritmos ou sistemas de axiomas; uma interpretação deve acrescentar-se ao sistema*». Este escrito tem como objecto mostrar *do que se está falando* na Teoria Matemática da Informação e, pela motivação da teoria, patentear a parte da sua beleza que é a força com que domina e, por assim dizer, racha os problemas que se lhe levantam. O autor do escrito não se lembra de ter visto com tal economia de meios resultados tão espectaculares, e pretende mostrar como a inteligência de um teorema fundamental de SHANNON decorre do conhecimento do instrumento fundamental da teoria, a *entropia*, e da consideração de um problema simples. É pois um escrito para aqueles a quem o conhecimento e o domínio dos fenómenos naturais pareça mais satisfatório que o puro exercício da subtileza, e para os que precisem introduzir-se nas questões cada vez mais presentes da teoria de que se trata.

Outro propósito deste escrito é publicar duas novas apresentações do conceito de entropia que, na mesma ordem de ideias, parecem preferíveis às correntemente adoptadas. Para que nos entendamos, transcreve-se a passagem pertinente da memória de SHANNON.

«*Suponhamos que se tem um conjunto de acontecimentos possíveis cujas probabilidades de ocorrência são* $p_1, p_2, \ldots, p_n$. *Estas probabilidades são conhecidas, mas são também tudo quanto se sabe com respeito ao acontecimento que ocorrerá. Podemos nós descobrir uma medida de quanta «opção» está envolvida na selecção do acontecimento ou quão incertos estamos do resultado?*

Se uma tal medida existir, seja $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, *é razoável impor-lhe as seguintes propriedades:*

1. *H deverá ser contínua nos* p_i.
2. *Se todos os* p_i *forem iguais, se* $p_i = 1/n$, *H deverá ser uma função monótona crescente de n. Com acontecimentos igualmente possíveis há maior opção, ou incerteza, quando há mais acontecimentos possíveis.*
3. *Se uma opção se subdividir em duas opções sucessivas, o H original deverá ser a soma ponderada dos valores individuais de H. O sentido disto é ilustrado na figura. À esquerda temos três possibilidades* $p_1 = 1/2$, $p_2 = 1/3$, $p_3 = 1/6$. *À direita começamos por escolher entre duas possibilidades com a probabilidade 1/2 cada uma, e se ocorre a segunda faz-se uma nova escolha com as probabilidades 2/3 e 1/3. Os resultados finais têm as mesmas probabilidades que anteriormente. Exige-se, neste caso especial, que*

$$H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right) = H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

O coeficiente 1/2 é o peso introduzido porque a segunda escolha só ocorre metade das vezes.

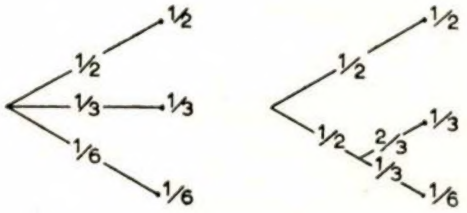


Fig. 1 — Decomposição da opção entre três possibilidades

No Apêndice estabelece-se o seguinte resultado:

Teorema: O único H que satisfaz as três condições anteriores é da forma:

$$H = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i$$

onde K é uma constante positiva.

(1) Veja-se a bibliografia no fim.

Este teorema e as condições exigidas para a sua demonstração não são de modo algum necessários à presente teoria. É apresentado sobretudo para dar uma certa plausibilidade a algumas definições ulteriores. A real justificação destas definições reside, contudo, nas suas implicações... Chamaremos a $H=-\Sigma p_i \log p_i$ *a entropia do conjunto de probabilidades* $p_1, \ldots, p_n$».

A alternativa sugerida por SHANNON à introdução axiomática da entropia é seguida por KHINTCHINE que, depois de introduzir o *esquema finito*.

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} A_1 A_2 \cdots A_n \\ p_1 \; p_2 \cdots p_n \end{pmatrix},$$

diz:

«*Para muitas aplicações é desejável introduzir uma grandeza que meça de um modo razoável a quantidade de incerteza associada a dado esquema finito. Veremos que a grandeza*

$$H(p_1, p_2, \ldots, p_n)=-\sum_{k=1}^{n} p_k \log p_k$$

pode muito convenientemente servir de medida da incerteza do esquema finito ... chamaremos a $H(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ *a entropia do esquema finito...*» e procede ao estabelecimento de algumas das suas propriedades, provando que permitem a sua definição axiomática.

A introdução abrupta da grandeza entropia parece a alguns matemáticos menos agradável que a definição axiomática. Uma exposição publicada na *Gazeta Matemática* que se diz inspirada na memória de KHINTCHINE começa por listar algumas propriedades desejáveis para uma função $H(\mathbf{A})$, medida da indeterminação do esquema, antes de introduzir (também um pouco abruptamente) a função $-\sum_{k=1}^{n} p_k \log p_k$ que irá ter essas propriedades. Esta variante ainda nos parece, todavia, menos satisfatória que a via axiomática.

São duas as introduções do conceito de entropia para espectros discretos (ou esquemas finitos, como diz KHINTCHINE) que se apresentam neste escrito. Na primeira chega-se por considerações simples, com um mínimo de arbitrariedade dirigida, a um aspecto menos rebarbativo da fórmula da entropia; na segunda chega-se ao mesmo pedindo um pouco mais, mas ainda bastante menos que nas axiomáticas correntes.

2. ENTROPIA DUMA DISTRIBUIÇÃO DISCRETA

Seja um fenómeno aleatório **A** susceptível de se realizar em um e um só de n acontecimentos A_i de probabilidades p_i. Quer isto dizer que, numa prova em que se provoque a realização de **A**, sempre um e só um dos acontecimentos A_i se verifica; os acontecimentos A_i são assim incompatíveis e exaustivos e constituem, com as suas probabilidades, o espectro (discreto) de **A**:

$$\begin{matrix} A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ p_1 & p_2 & \ldots & p_n \end{matrix}$$

O carácter aleatório de **A** exprime-se na *incerteza* em que se está sobre o resultado duma prova que se vai realizar, em virtude da *indeterminação* que esse mesmo carácter aleatório implica. Dizer que o fenómeno **A** é aleatório é, pois, dizer que a consideração da sua realização futura envolve uma *incerteza* que essa realização remove. Ao conhecimento aleatório que a distribuição representa sucede um conhecimento certo; diz-se que a prova fornece a *informação* necessária: o conhecimento do preciso acontecimento A_i realizado.

As frases anteriores introduzem a situação em exame e os termos com que se descreve, aos quais a teoria fará, eventualmente, corresponder grandezas. Observe-se, efectivamente, que é razoável considerar variável a incerteza dum fenómeno aleatório em certos contextos. Considerem-se, para o caso, os três espectros seguintes:

A_1	A_2	B_1	B_2	C_1	C_2
1/2	1/2	1/10	9/10	0	1

Sabendo, por exemplo, que **A** e **B** se vão realizar, e tendo que apostar num resultado dum deles, apostariamos (tudo o resto igual) em B_2; diremos que a incerteza de **B** é menor que a de **A** e, evidentemente, que a incerteza de **C** não é nenhuma. Havendo que medir a incerteza duma fonte de dois sinais (outra linguagem que convém à situação) poderia ser razoável considerar nula a incerteza de **C** e a máxima a de **A**. Olhando isto do ponto de vista da *informação duma prova*, será razoável igualar os valores da incerteza e da informação que a remove; diremos também que a informação criada por uma prova de **A** é maior

que a criada por uma prova de **B**. A incerteza de **C**, como a informação criada por uma prova sua, é nula. Vê-se ainda neste contexto que as diversas expressões do fenómeno aleatório não interessam, mas sòmente a sua identificação e a distribuição da probabilidade por elas; parece pois que se deve falar da incerteza da distribuição discreta (da probabilidade 1)

$$p_1 \quad p_2 \cdots p_n$$

ou da informação criada pela realização duma prova dessa distribuição. Indeterminação no esquema e incerteza quanto ao resultado da prova por um lado, informação criada pela prova por outro; eis as grandezas que se vão precisar através de duas, a *entropia da distribuição* e *quantidade de informação por prova*, cujos valores se farão iguais.

Posto isto, suponhamos que às ocorrências dos diversos acontecimentos A_i de probabilidades p se atribuem (de maneira a precisar) as informações I_i que, no espírito do que se tem estado a dizer, dependerão das probabilidades e não do acontecimento. Estas informações poderão considerar-se os diversos valores de uma variável aleatória **I**(**A**) ligada à prova e tomando o valor I_i quando ocorre A_i, *i.e.*, com probabilidade p_i. Esta variável **I** aleatória será a *informação ligada à prova* ou a *incerteza da distribuição*. O seu valor esperado

$$E(\mathbf{I}) = p_1 I_1 + p_2 I_2 + \ldots + p_n I_n$$

será uma *quantidade de informação média por prova*.

Procuremos como definir a quantidade de informação fornecida pela ocorrência de um acontecimento de probabilidade p.

Consideremos **B**. Parece razoável dizer-se que a informação contida no conhecimento de que B_1 se realizou é maior que a informação contida na alternativa: a informação de que aconteceu o mais improvável é a maior. É pois razoável tomar a improbabilidade dum acontecimento como a medida da informação contida numa mensagem que anuncie a sua realização.

Postulando que aquela quantidade de informação seja uma função decrescente de p, serve qualquer das seguintes funções

$$1-p \qquad \frac{1}{p} \qquad \frac{1-p}{p}$$

ou qualquer função crescente destes argumentos.

Definamos *improbabilidade* de um acontecimento p a função

$$i = \log \frac{1}{p}$$

A função $i(p)$ satisfaz às imposições naturais numa função que se chama a *improbabilidade* do acontecimento A: cresce de 0, para os acontecimentos certos ($p=1$), a ∞, para os acontecimentos impossíveis ($p=0$) — um acontecimento certo tem uma improbabilidade nula e um acontecimento impossível a improbabilidade infinita, o que soa bem. Além disso, a improbabilidade assim definida é aditiva na concomitância de acontecimentos independentes, o que lhe dá utilidade nos casos em que se querem somar riscos aleatórios independentes ou, como neste caso, se querem somar quantidades de informação de mensagens independentes. De qualquer maneira, o desenvolvimento da teoria mostrará a fecundidade da opção.

Definida a improbabilidade de um acontecimento de probabilidade p, e admitindo que a quantidade de informação fornecida pelo registo da sua ocorrência deva crescer com essa improbabilidade, pode pôr-se $I=i$, isto é,

$$I(p) = \log \frac{1}{p} \cdot$$

Com esta definição, a quantidade de informação média por prova de um espectro $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $E(\mathbf{I})$, chama-se *a entropia do espectro* e é

$$H(\mathbf{A}) = p_1 \log \frac{1}{p_1} + p_2 \log \frac{1}{p_2} + \ldots + p_n \log \frac{1}{p_n}$$

$$H(\mathbf{A}) = E\left(\log \frac{1}{p}\right)$$

Pode pois conceber-se a informação ligada a um especto (A_i, p_i) como uma variável aleatória **I**(**A**) que toma os valores $\log(1/p_i)$ (as improbabilidades dos resultados elementares, iguais às informações das mensagens que os anunciam) com as probabilidades p_i.

Procurando medir a informação criada por uma prova que se vai realizar, obteve-se a informação ligada ao espectro, uma variável casual de distribuição calculável a partir do espectro. Está conforme com os usos, e é razoável, definir a informação criada por uma prova que dará um

de vários resultados como o valor médio das informações que a esses resultados correspondem, isto é, o valor esperado da informação ligada ao espectro. É este *valor esperado da informação aleatória ligada a um espectro discreto* que se chama *entropia do espectro.*

Convenciona-se que quando $p=0$ o termo correspondente não figure na fórmula da entropia, o que equivale à exigência de continuidade de H em cada um dos argumentos. Por outro lado, a base do sistema dos logarítmos também deve fixar-se para os cálculos, mas isso só interessa as unidades em que H se exprime: quando a base é 2 vem H em *bits*, quando for 10 virá H em *dits* e a correspondência é

$$H \text{ bits} = 3{,}32\ H \text{ dits}$$
$$H \text{ dits} = 0{,}301 H \text{ bits}$$

Chamando *binit* a um «binary digit» (cada um dos dois algarismos do sistema de numeração de base 2), quando a prova fosse a escolha de um deles (com probabilidades 1/10 e 9/10) a entropia seria $H=0{,}468$ bits; a quantidade de informação média por prova seria então de 0,468 bits, a quantidade de informação média de 0,468 bits por binit.

Ao sentimento de que a quantidade de informação ligada a uma prova nunca é negativa, de que é nula quando um acontecimento é certo, máxima quando os acontecimentos são igualmente possíveis, crescendo neste caso com o seu número, de que as informações de duas provas independentes se somam — correspondem as propriedades da entropia $H=-p_i \Sigma \log p_i$ que se registam a seguir:

1. $H \geqslant 0$
2. $H=0$ sss (leia-se «se e só se») um dos p_i é igual a 1, sendo então nulos todos os outros.
3. H é máximo e igual a $\log n$ quando os p_i são iguais.
4. Dadas duas distribuições independentes a entropia da distribuição composta é a soma das suas entropias.

3. NOVO ESTABELECIMENTO DA FÓRMULA DA ENTROPIA

Seja de novo o fenómeno aleatório **A**, resultado duma experiência que pode assumir qualquer de n modalidades A_i, exaustivas e incompatíveis, de probabilidades p_i.

A indeterminação no sistema de acontecimentos (A_i, p_i) envolve *incerteza* quanto aos resultados de possíveis experiências; cada experiência, ou prova, anulando a incerteza, é produtora de *informação:* a notícia do preciso acontecimento A_i que nela se verificou. Cada experiência, portanto, liquida uma *quantidade de incerteza* e cria uma *quantidade de informação.* O que se pretende é definir uma função $H(\mathbf{A})$ das probabilidades da distribuição (p_i) que meça uma e outra: a incerteza que era e a informação que passou a ser.

Postulemos que a cada acontecimento A_i corresponde uma quantidade de informação que não depende do que é exactamente A_i mas, ùnicamente, da sua probabilidade p_i; seja $I(p)$ a quantidade de informação ligada à probabilidade p.

A quantidade de informação que uma prova produz é, pois, uma variável aleatória, o seu valor sendo determinado pelo acontecimento que se verifique. A quantidade de informação ligada à *distribuição* (ou à *prova,* os dois conceitos sendo inseparáveis) parece, pois, dever definir-se por um *valor médio* das quantidades de informação que podem produzir-se — o *valor esperado* da variável aleatória **I** cuja distribuição é (I_i, p_i).

Tem-se pois

$$I(\mathbf{A}) = p_1 I_1 + \dots + p_n I_n$$

independente da definição que deva dar-se à quantidade de informação $I_i = I(p_i)$ ligada à ocorrência de um acontecimento A_i de probabilidade p_i.

Chama-se *entropia* $H(\mathbf{A})$ de uma distribuição (p_i) à *quantidade de incerteza* que lhe corresponde. Postulando que $H(\mathbf{A}) = I(\mathbf{A})$ tem-se, também,

$$H(\mathbf{A}) = \Sigma\, p_i I_i$$

restando, por definir, $I(p)$.

Sejam agora duas provas (ou distribuições ou fenómenos) *independentes* e a sua composição — **B**, **C** e **BC**. Postule-se que

$$I(B_i C_j) = I(B_i) + I(C_j)$$

isto é, que a quantidade de informação transmitida por dois acontecimentos *independentes* seja igual à soma das suas quantidades de informação. Tem-se, representado momentâneamente por x e y as probabilidades de B_i e C_j,

$$I(xy) = I(x) + I(y)\ .$$

Trata-se agora de obter as funções que satisfazem a esta equação, de resolver esta equação funcional. A propriedade expressa é, como se sabe, uma propriedade de logaritmo (de qualquer base):

$$Log(xy)=Log(x)+Log(y)\,.$$

Para resolver o problema com generalidade, derive-se a equação primeiro em ordem a x e depois em ordem a y, em busca de uma equação diferencial em I:

$$yI'(xy)=I'(x) \qquad xI'(xy)=I'(y)\,.$$

Multiplicando e simplificando, vem

$$xI'(x)=yI'(y)$$

e, como o segundo membro não depende de x,

$$xI'(x)=k$$

sendo k uma constante. Vem então

$$I(x)=kLogx+I_0$$

sendo I_0 outra constante arbitrária.

Em logaritmos de base $b>1$ tem-se

$$I(x)=\pm Logx+I_0$$

A informação dum acontecimento de probabilidade p, quando deva ser uma função exclusiva de p tal que a informação da sucessão de dois acontecimentos independentes seja a soma das suas informações, terá a forma

$$I(p)=\pm Log(p)+I_0$$

em que Log representa o logaritmo de uma base maior que 1.

Sendo razoável que a quantidade de informação na notícia de que um acontecimento ocorreu seja tanto maior quanto menor seja a sua probabilidade, deve ser

$$I(p)=Log\,\frac{1}{p}+I_0\,.$$

Como ainda

$$I(1)=I_0$$

I_0 é a informação contida na notícia de que sobreveio um acontecimento *certo*; o seu valor é matéria de convenção, é a fixação do zero duma escala. Sendo razoável que se considere tal informação nula, tem-se

$$I(p)=Log\,\frac{1}{p}\,.$$

Esta quantidade de informação ligada ao acontecimento mede também (como a probabilidade p) uma quantidade de incerteza; chama-se-lhe a *improbabilidade* do acontecimento.

A estas condições há ainda que acrescentar as condições puramente matemáticas (a existência de derivada, etc.) que legitimam a resolução dada à equação funcional.

Tem-se, portanto, nestas condições, para a entropia duma distribuição discreta da probabilidade (p_i) a definição

$$H(\mathbf{A})=\Sigma\, p_i Log\frac{1}{p_i}$$

com a convenção de que, sendo $p_i=0$, o termo correspondente do somatório se deve considerar nulo.

4. CODIFICAÇÃO DECIMAL-BINÁRIO

A Teoria Matemática da Informação, como teoria de medidas de informação, tem uma aplicação imediata no estudo da economia de códigos. Vamos, por isso, pôr e tratar alguns problemas de codificação socorrendo-nos da teoria matemática da informação quando for útil, preparando uma exposição formal da teoria que será feita em último lugar.

Não é indispensável procurar definir os termos com que se vão pôr os problemas — mensagem, símbolo, código, emissor, canal, receptor, etc. — Suporemos, no leitor, a experiência que permite a inteligência dos termos.

Problema 1. *Codificar no sistema binário uma mensagem ininterrupta no sistema decimal.*

Trata-se de uma *origem* de informação que produz uma *mensagem* de que um trecho pode ser o seguinte

...29690596079956725745442 8...

A mensagem é transformada pelo *emissor* num sinal que é uma sucessão de realizações de dois estados possíveis, representada por uma sucessão de dígitos 0 e 1 como a seguinte

...0010100101101001000001011001011000000111...

A mensagem cifrada, ou *sinal*, é transmitida ao *receptor* que a decifra, i. e., transforma na mensagem inicial para ser entregue ao *destino*.

A cifração da mensagem e a decifração do sinal fazem-se pela utilização do *código* que é uma correspondência entre sucessões de símbolos que podem participar na mensagem e sucessões de símbolos que podem participar no sinal. Um código *natural* para o problema em exame é o código C1 do quadro de códigos

Códigos Decimal-Binário

	C1	C2
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	10
3	0011	11
4	0100	100
5	0101	101
6	0110	110
7	0111	111
8	1000	1000
9	1001	1001

Neste código natural fazem-se corresponder as representações decimal e binária do mesmo número; diz-se *regular* porque cada símbolo da mensagem é substituído por um mesmo número de símbolos do sinal.

Introduzindo como medida do *custo* da transmissão o número médio de símbolos n no canal por símbolo da mensagem, e supondo que entre dois códigos é melhor o que tiver o menor *custo*, o código C1 é, aparentemente, pior que C2.

Enquanto que o código regular utiliza 4 binits por símbolo, o código irregular utiliza 2,6, *se todos os dígitos decimais tiverem igual frequência na mensagem*. Se as frequências dos diversos dígitos fossem diferentes, já este custo poderia ser maior ou menor; o que se impunha, todavia, era o abandono daquela correspondência para adoptar outra em que aos decimais mais frequentes correspondessem as representações mais curtas.

Na realidade, o código C2 não tem uma decifração unívoca como tem o primeiro desde que se tenha fixado no sinal o início de um trecho. Assim

...101...

representa qualquer das sucessões decimais

...101... ...21... ...5...

Para obviar a este inconveniente, poderia utilizar-se um símbolo adicional para separar os decimais sucessivos; o código deixava de ser binário.

A utilização de códigos regulares pode melhorar-se representando grupos de N dígitos decimais (em vez de um só) no sistema binário. Assim, por exemplo, a representação por pares pode fazer-se com 7 binits por par — ou 3,5 binits por decimal — visto que todos os números menores que 100, ou mais exactamente 128, se podem representar por 7 binits.

Efectivamente, com n binits podem representar-se todas as sucessões de N decits (de *decimal digit*) sss

$$2^n \geqslant 10^N$$

A solução mais económica consiste em tomar o menor n. De um modo geral, se $x=3{,}32193\,N$ o primeiro inteiro que exceda x é o número n de binits que convém adoptar; o cociente n/N será o índice de custo do código, em binits por decit. Uma coisa é evidente: o logaritmo de 10 na base 2 é um limite inferior do índice do custo de um código regular desta família. No quadro seguinte têm-se outros índices; $n'=4N$ é o número de binits com que no primeiro código ($N=1$) se representariam os N dígitos decimais.

Índices de custo de códigos regulares

N	x	n	n/N	n'	$100\,\frac{n'-n}{n}$
1	3,3219	4	4	4	0
2	6,6439	7	3,5000	8	14,3
3	9,9658	10	3,3333	12	20,0
4	13,2877	14	3,5000	16	14,3
5	16,6096	17	3,4000	20	17,6
6	19,9316	20	3,3333	24	20,0
7	23,2535	24	3,4286	28	16,7
8	26,5754	27	3,3750	32	18,5
9	29,8974	30	3,3333	36	20,0
10	33,2193	34	3,4000	40	17,6
...	...	...	....	...	
59	195,9939	196	3,3220	236	20,4
	(limite: 3,32193)				

A consideração deste quadro sugere que o índice de custo se pode aproximar tanto quanto se queira do logaritmo de 10 na base 2. Parece razoável supor-se que seja, por exemplo, possível obter um x cuja parte decimal comece por 999 e que dará uma aproximação melhor que qualquer das anteriores. Mais significativo é, porém, o facto do índice não poder ser inferior àquele limite, em face da possibilidade dum código irregular mais económico (fácil de conseguir se os decimais não forem igualmente frequentes e o código for adequado à *estrutura estatística* da mensagem).

5. REGRAS DE CODIFICAÇÃO

A dificuldade que nos códigos irregulares pode provir da decifração não ser unívoca não existe para aqueles em que nenhuma representação é um *prefixo* de outra, isto é, em que nenhuma representação constitui a parte inicial de outra. Há regras de codificação de cuja aplicação essa condição decorre automàticamente, como a de SHANNON-FANO que se enuncia a seguir.

Regra de SHANNON-FANO: Divida-se o conjunto dos símbolos a codificar em dois subconjuntos, designados por 0 e 1, de igual (ou quase igual) probabilidade. O primeiro binit do código dum símbolo será 0 ou 1 conforme pertença ao subconjunto 0 ou ao subconjunto 1. Continui-se a dicotomia a partir destes subconjuntos: o subconjunto 0 será subdividido no conjunto 00 e no conjunto 01, cujos símbolos terão códigos iniciados por 00 e 01, respectivamente. E continuadamente até se obterem subconjuntos finais com um só elemento.

Começando por supor que no problema do número anterior os decimais são igualmente frequentes, dividamo-los em 2 grupos iguais e iniciemos a representação dos primeiros cinco por 0 e dos restantes por 1. Em cada um destes grupos façamos o mesmo, dividindo em grupos iguais tanto quanto possível, até que os decimais fiquem isolados. O código obtido é o código C3.

Fàcilmente se reconhece que se verifica a «condição do prefixo». Neste caso é

$$\bar{n}=0{,}4\times4+0{,}6\times3=3{,}4$$

A divisão em dois grupos iguais é uma divisão em dois grupos de igual probabilidade, visto que

C3
0000
0001
001
010
011
1000
1001
101
110
111

as frequências de todos os dígitos são iguais. Quando o não sejam, a divisão deve fazer-se em *grupos de igual probabilidade* (aproximadamente) continuando a dicotomia até se terem isolado os números. Tem-se em C4 um código obtido pela regra de SHANNON-FANO na suposição que os decimais de 0 a 4 têm, cada, uma probabilidade de 15 % e os restantes uma probabilidade de 5 %.

C4
000
001
01
100
101
11000
11001
1101
1110
1111

Exercício 1. Verifique-se que está satisfeita a condição do prefixo. Explique-se, geralmente, como um código de SHANNON-FANO satisfaz a esta condição.

Exercício 2. Verifique-se que o índice deste código é de 3,2 binits por símbolo.

Exercício 3. Construa-se mais códigos de SHANNON-FANO para a distribuição do último quadro e comparem-se.

Uma palavra sobre *distribuições*. Tem-se vindo a falar de frequências e de probabilidades. Na realidade, atribui-se à mensagem uma estrutura estatística e deve em rigor falar-se de probabilidades. Os diversos decimais podem ser gerados na origem por tiragens em que as suas probabilidades sejam constantes, independentes do passado: diremos que a mensagem é uma cadeia de ordem zero, ou de BERNOULLI. Podem as probabilidades na tiragem depender do resultado anterior: diremos que a mensagem é uma cadeia de ordem um, ou de MARKOFF. Podem as probabilidades depender dos resultados das últimas k tiragens. Suporemos por enquanto que a mensagem é uma cadeia de BERNOULLI.

Como se constata a regra de SHANNON-FANO não é totalmente explícita e na generalidade não conduz a um só código. Uma outra regra, a de HUFFMAN, de aplicação um pouco mais trabalhosa, conduz a um só código que é ainda o melhor possível.

Regra de HUFFMAN: Ordenem-se os símbolos por ordem descrescente de probabilidades. O último binit do último símbolo será 1; o do penúltimo símbolo, 0 (ou ao contrário). Reunam-se estes dois símbolos num conjunto, cuja probabilidade é a soma das probabilidades; insira-se o conjunto na sucessão por ordem de probabilidades. Recomece-se com os dois últimos termos desta sucessão, e assim de seguida até só haver um termo; quando um termo seja já um conjunto de símbolos, o binit que lhe é ordenado vai anteceder a parte já obtida do respectivo código.

O código C5 foi obtido pela regra de HUFFMAN para a mesma distribuição de C4 e não tem vantagem sobre este.

C5
00
101
100
111
110
0110
01111
01110
0101
0100

Exercício 4. Calcular o índice deste código.

Exercício 5. Verificar que está satisfeito o critério do prefixo e explicar como o mesmo acontece com qualquer código de HUFFMAN.

6. O PROBLEMA FUNDAMENTAL

Supusemos no número anterior que a mensagem e o sinal eram constituídos por símbolos diferentes. A *origem* realiza uma sucessão de escolhas aleatórias num conjunto finito de símbolos elementares, que constitui a *mensagem*; o emissor traduz a mensagem numa sucessão de símbolos (de outro conjunto finito de símbolos elementares), que constitui o *sinal*; o *canal* transfere o sinal do *emissor* para o *receptor*. O canal diz-se *discreto* porque os símbolos elementares diferentes que podem entrar no sinal são em número finito; diz-se *sem ruído* quando o sinal não pode nele sofrer alterações.

A mensagem e o sinal são *textos*, sucessões de *letras* de *alfabetos* eventualmente diferentes; o que define um alfabeto não é a representação das letras, que não interessa a esta teoria, mas o seu número m (dois alfabetos são idênticos quando, e só quando, têm o mesmo número de letras). Uma sequência de um certo número s de letras é uma *palavra*; como se viu, a codificação pode ser literal ou por palavras, e não se particulariza quando se diz que um código é uma correspondência palavra-a-palavra, um vocabulário, entre a língua das mensagens e a língua dos sinais. As regras de codificação devem assegurar que, na correspondência vocabular, cada palavra da língua das mensagens tenha uma palavra da língua dos sinais que lhe corresponda (para que seja sempre possível a versão) e que palavras diferentes da mensagem correspondam a palavras diferentes no sinal (para que a retroversão reconstrua exactamente o texto).

Nada impede, pois, que a mensagem e o sinal utilizem os mesmos símbolos. Neste caso pode nem haver codificação; quando se codifique é para se obter uma *economia*. Suponhamos, por exemplo, uma mensagem em binário

0010100101101001000001011001011000000111

de 40 binits.

Esta mensagem poderia ser a codificação, no código que se chamou natural, da mensagem em decimal

2969059607

Se agora utilizarmos o código de SHANNON-FANO para a distribuição uniforme, obtido no número anterior (C3), tem-se

00111110011110000100011110010000101

com 35 binits. Houve, diz-se, uma *compressão*; na codificação procura-se que a compressão seja máxima.

Uma língua, em que as palavras tem s letras e o alfabeto m letras, pode ter, no máximo, palavras distintas. Certas condições podem limitar esse número; nas línguas naturais estão realizadas certas condições que lhes conferem uma *estrutura*; aos problemas que estamos tratando interessam sobretudo os *aspectos estatísticos* das línguas em que se escrevem os textos, isto é a *estrutura estatística* das línguas.

Nesta teoria não há interesse, por conseguinte, em caracterizar o código pela compressão obtida na mensagem *particular* que se considerou. Um canal projecta-se para todas as mensagens possíveis, e o caracter estatístico prevalece por toda a parte. Em particular, pode observar-se que o código de SHANNON-FANO utilizado no exemplo só é praticável se na mensagem, considerada como um texto de palavras de 4 letras, não figurarem as palavras que representam em binário os números de 10 a 15. As palavras possíveis na língua da mensagem seriam $2^4 = 16$ e dessas só 10 existiriam na língua. Isto acontece, como acima, quando o texto binário for uma versão de texto decimal pelo código natural, e isto mostra a generalidade dos aspectos de *compressão*.

Efectivamente, dado um texto numa linguagem qualquer, esta pode sempre considerar-se uma língua numérica — as 26 letras e o espaço do alfabeto latino dão mensagens que se podem considerar sucessões de algarismos do sistema de base 27; o vocabulário do código para palavras de s letras poderá contar 27^s palavras. Anàlogamente para o alfabeto russo com os seus 32 caracteres e para o abecedário alfanumérico latino com 37 letras (o alfabeto e os dígitos) a que se podem juntar, segundo as conveniências, os sinais de pontuação, etc. O código corrente dos teleimpressores é um exemplo complexo de código realizado sobre um sistema de numeração de base 32.

Posto isto, quando o canal seja binário, pode sempre pôr-se o problema de caracterizar e obter o codigo óptimo, que verte *directamente* da língua numérica da mensagem para a língua do sinal; ou, *indirectamente*, de comprimir ao máximo a mensagem em binário (obtida da primitiva pelo código natural do sistema numérico no sistema binário, por exemplo).

Chegados aqui, reconhece-se a necessidade — e a inevitabilidade — de uma teoria matemática onde se fixem as grandezas pertinentes e se enunciem em termos destas grandezas os critérios para a avaliação de códigos; onde se estabeleça a existência das melhores soluções para os problemas de codificação e se oriente a obtenção dessas soluções. Pode prever-se que a estrutura estatística dos textos será fundamental e que a teoria terá, portanto, um carácter probabilístico: tal é a Teoria Matemática da Informação.

Para concretizar, vejamos como definir uma medida de compressão. Suponhamos que as mensagens são sucessões de palavras de s letras dum alfabeto de m caracteres e que a estrutura da origem é conhecida em termos de se terem as probabilidades de ocorrência no texto das m^s palavras do vocabulário. Vai codificar-se a língua em palavras utilizando o mesmo alfabeto com o primeiro objectivo de obter textos em código mais curtos que os originais; procurar-se-á, reservando as representações mais curtas para as palavras mais frequentes e as mais longas para as mais raras, obter sinais tão curtos quanto possível. Seja $r(C)$ o número de letras da versão da palavra C (que tem s letras); a razão r/s dá um comprimento standardizado dessa versão e, quando for menor que 1, dá um encurtamento no sinal sempre que a palavra sobrevenha na mensagem.

Não se exclui que, para algumas palavras do vocabulário, r/s seja maior que 1, e até que isso aconteça em muitas palavras de uma certa mensagem. O projecto de um canal, no contexto que estamos considerando, supõe que a fonte pode originar um número muito grande de mensagens diferentes, em condições que tornam preferível conhecer a estrutura estatística das sequências de palavras que constituem as mensagens, de preferência à estrutura estatística da sequência de mensagens que constituem o texto aferente. Quando um emissor tivesse que transmitir, conforme as circunstâncias, uma de duas únicas mensagens, a codificação não seria ao nível das palavras mas ao das próprias mensagens; com 0 para uma e 1 para a outra (e os textos no receptor),

ter-se-ia o canal mais económico. Quer isto dizer que a circunstância de um código ser ineficiente para uma certa mensagem não significa em si nada; a eficiência tem que medir-se em termos probabilísticos.

Conhecidos os comprimentos $r(C)$ dos códigos, e a sua frequência *esperada* $Pr(C)$ no sinal, tem-se o comprimento médio das palavras no sinal

$$\bar{r} = \Sigma\, Pr(C)\, r(C)$$

O comprimento standardizado médio é $\mu_s = \bar{r}/s$ para palavras de tamanho s. Ora, este tamanho pode variar-se convenientemente (da língua das mensagens só interessa a estrutura da sequência das letras, e depois das *palavras* que o codificador delimita convenientemente naquela sequência) porque acontece geralmente que μ_s diminui quando s aumenta, tendendo para um limite. É esse limite que se define como *coeficiente de compressão óptimo* do código para o texto. Quando não exista, é à maior das limitações inferiores (mli) que se dá esse nome. Põe-se

$$\mu = \underset{s}{mli}\ (\mu_s)\,.$$

Também se pode definir como índice de economia de um código a razão $s/\bar{r}$.

Dada uma fonte e um canal, interessa conhecer a economia máxima que se pode obter com um código conveniente ou, pelo menos, uma limitação rente dessa economia, e saber como construir o código óptimo que lhe corresponda.

7. O TEOREMA FUNDAMENTAL

É na situação descrita no número anterior que a Teoria Matemática da Informação intervém decisivamente. Esta teoria define uma medida — a entropia — para a «informação média por letra» da língua das mensagens, bem como um limite superior da «informação média por letra» que se pode obter no texto cifrado com o alfabeto de m caracteres. A entropia da fonte, H, calcula-se do conhecimento da estrutura estatística; a entropia máxima duma fonte de m caracteres é $\log m$; a razão $(\log m)/H$ é pois o maior valor da razão entre a informação média *que se pode ter* numa letra de texto em cifra e a informação média *que se tem* numa letra de mensagem; seria desejável que medisse o máximo de eficácia atingível na codificação e é esse o caso (como se verá). Por outro lado, correspondendo o máximo de entropia a uma igual probabilidade das letras, o código óptimo corresponde a uma distribuição uniforme da probabilidade nas letras do texto cifrado.

Vamos esclarecer e precisar a contribuição da teoria para os problemas da codificação para um canal discreto e sem ruído, comentando o teorema fundamental em algumas das formas que se encontram. Começaremos por uma que respeita à compressão.

Teorema: *Dado um texto escrito com m letras de entropia H, a maior das limitações inferiores para o coeficiente de compressão é $H/\log m$ e existe, portanto, um código para o qual o coeficiente de compressão é tão próximo daquela limitação quanto se queira* (KHINTCHINE, 1953).

É este teorema que afirma que o máximo de economia na codificação é a razão entre a inforção máxima por letra que se pode ter e a inforção pcr letra que realmente se tem relativamente ao alfabeto que se utiliza.

Passemos agora a enunciados mais gerais.

Teorema Fundamental para um Canal sem Ruído: *Sejam uma fonte de entropia H (bits por símbolo) e um canal de capacidade C (bits por segundo). É possível cifrar a produção da fonte por forma a transmitir a uma vazão tão próxima quanto se queira de C/H símbolos por segundo; não se pode obter uma vazão maior que C/H* (SHANNON, 1948).

Se o canal pode transmitir no máximo C bits de informação por segundo, e se cada símbolo for portador de H bits de informação, então o canal *pode* transmitir num segundo uma quantidade de informação igual à que têm C/H símbolos. Se a teoria for perfeitamente adequada ao problema de codificação, esta poderá ser feita por forma a que o canal transmita ao máximo de informação e que esta seja fornecida pela mensagem, isto é, que a vazão seja de C/H símbolos da mensagem — ou que este resultado seja aproximado tanto quanto se queira. O teorema afirma que isto é assim.

Se o canal for binário, devemos exprimir a sua capacidade em binits por segundo (em vez

de bits por segundo), para sublinhar que essa capacidade mede uma característica física da emissão do sinal que só a codificação torna portador de informacão. Essa característica põe um limite superior à quantidade de informação por estado no sinal; só a codificação fixa essa quantidade: um canal de C binits por segundo pode transmitir por segundo uma quantidade média de informação entre 0 e C bits.

Para canais onde o sinal provenha de um alfabeto de m letras, a capacidade ainda se pode exprimir em binits a partir da vazão v de caracteres por segundo pela relação

$$C = v \log m$$

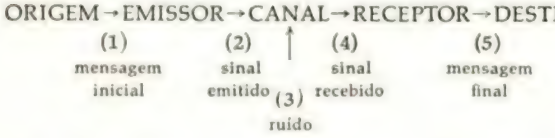
em que a base do logarítmo é 2. Ainda neste caso é vantajosa a substituição no enunciado de bits por binits, para sublinhar que a capacidade não mede a vazão de informação mas só lhe põe um limite superior.

Este teorema fixa a capacidade mínima do canal que deva projectar-se para transmitir, a uma vazão dada, um texto de estrutura estatística conhecida, sem recorrer a maior conhecimento desta estrutura que o resumido na entropia da fonte. Querendo-se uma vazão de u símbolos por segundo, o canal deve ter a capacidade mínima de uH binits e uma frequência de caracteres

$$v = \frac{uH}{\log m}$$

e por pouco que exceda aquela capacidade, ou esta frequência, é possível projectar-se um código que realize aquela vazão u.

O diagrama do sistema de comunicações que se considera na Teoria da Informação é o seguinte:



É no emissor que se executa a codificação, projectada por forma a fazer corresponder estatìsticamente a mensagem inicial ao sinal. Deseja-se que o emissor transforme a estrutura estatística da origem na estrutura do sinal cuja entropia iguala o máximo que o canal suporta — a sua capacidade. A eficiência da codificação pode ser medida pela razão entre a entropia do sinal e o seu máximo possível — a capacidade do canal.

O estabelecimento do teorema fundamental pode fazer-se utilizando a regra de codificação de SHANNON-FANO que fica assim justificada.

Teorema Fundamental da Codificação: *Quando se codifica em binário um texto de entropia H bits segmentando-o em palavras de N letras, é sempre possível escolher N suficientemente grande para que o número médio de caracteres do sinal por carácter de texto seja tão próximo quanto se queira de $H/\log 2$ (razão da informação contida numa letra da mensagem para a informação máxima que pode conter-se num sinal elementar). Uma mensagem, suficientemente grande, de M letras pode cifrar-se por meio dum número de sinais binários tão próximo quanto se queira de MH* (Yaglom & Yaglom, 1959).

Nesta forma o teorema é uma consequência imediata desta outra: *quando se codifica um texto em binário segmentando-o em palavras de N letras, é sempre possível escolher N suficientemente grande para que a informação média traduzida em cada binit seja tão próxima quanto se queira de um bit; as probabilidades de ambos os sinais elementares são tão próximas de 1/2 quanto se queira*; ou, mais geralmente,

Teorema Fundamental da Codificação: *Quando se codifica por segmentação, é sempre possível obter que os sinais elementares sejam equiprováveis ou quase.*

A este enunciado há que juntar o conhecimento de que a máxima informação média por letra num texto binário é de 1 bit/binit e que, de um modo geral, a máxima informação média por letra num texto qualquer se obtem quando as letras são equiprováveis, o que põe um limite à *performance* de um canal qualquer. Vê-se por ele que a performance óptima se pode aproximar tanto quanto se queira.

8. APLICAÇÕES

Problema 2. *Determinar a capacidade de um canal binário sem ruído, suficiente para a transmissão de mensagens escritas num alfabeto de 3 caracteres (A, B, C), que a origem escolhe com probabilidades conhecidas (p, q, r) a uma vazão de 5 caracteres por segundo. Projectar o código necessário. Considerem-se os seguintes casos*

(i) $p = q = r = 1/3$

(ii) $p = \frac{1}{2} \qquad q = \frac{1}{4} \qquad r = \frac{1}{4}$

(iii) $p=75{,}5\ \%$ $q=18{,}5\ \%$ $r=6\ \%$ (Elias).

A entropia da fonte é

$$H=p \log \frac{1}{p}+q \log \frac{1}{q}+r \log \frac{1}{r}$$

(logaritmos de base 2; entropia em bits por letra), tendo um valor qualquer entre 0 e 1,585. A vazão da fonte é pois de $5H$ bits por segundo e isto é também, em binits por segundo, o limite inferior da capacidade do canal. Para um canal de maior capacidade existe sempre um código que permite o escoamento do texto produzido pela fonte; o problema é obter o código para cada caso.

No primeiro caso, a fonte tem a máxima entropia para 3 caracteres (1,5850 bits/car) e a sua vazão de informação é de 7,925 bits/s.

Há sempre um código conveniente para um canal de capacidade maior, por exemplo, de $C=8$ binits/s; procuremos o código, que aqui é fácil de obter.

Fàcilmente se reconhece nos cálculos acima que os números de 5 dígitos na base 3 (números inferiores a 243) são representados por 8 dígitos na base 2 (números inferiores a 256) com pequeno desperdício. Ou, tal como se procedeu para o Problema 1, procurem-se os menores inteiros n que verificam, para os diversos N, a relação

$$2^n \geqslant 3^N$$

resolvendo a equação e reforçando o n.

Tem-se, tomando logaritmos de base 2,

$$n=1{,}5850\,N$$

que dá para $N=5$, $n=7{,}925$.

Identificando A, B e C, com 0,1 e 2 (os três dígitos na base 3), o código *natural*, que faz corresponder as sucessões de 5 letras e de 8 binits que representam os mesmos números, satisfaz o que se quer. Cada binit é, em média portador duma informação de 0,99 bits.

Observe-se que é à circunstância de *o inteiro imediatamente superior ao valor de n que corresponde à vazão da fonte não exceder a capacidade do canal* que se deve o ser conveniente o código natural. O ponto crucial desta análise está na fixação de 8 para capacidade do canal, que foi aceite por ser um número «fácil» pouco superior à informação que o canal tem de escoar num segundo. Claro que se poderia ter fixado uma eficiência de 99 % e o número de binits por segundo do canal seria escolhido entre 7,925 e 8,005 — naturalmente 8, outra vez.

Deixamos o caso mais geral para ser analisado quando esta solução banal não for tão adequada.

A segunda fonte tem uma entropia de 1,5 bits por símbolo e uma vazão de 7,5 bits por segundo; um canal de 7,6 binits por segundo terá uma capacidade suficiente com um código adequado e uma eficiência de 98,7 %. Trata-se de obter o código.

Comecemos por cifrar segundo a regra de SHANNON-FANO os próprios caracteres. Tem-se o seguinte código.

CAR	PRO	COD
A	1/2	0
B	1/4	10
C	1/4	11

O número médio de binits por carácter é

$$\bar{n}=\frac{1}{2}\cdot 1+\frac{1}{4}\cdot 2+\frac{1}{4}\cdot 2=1{,}5$$

e, como se utilizam para cifrar uma informação média de 1,5 bits por carácter, o código é óptimo. Vamos, de outra maneira, verificar que a entropia do sinal é de 1 bit/binit provando que os dois dígitos binários são igualmente prováveis.

Qual é a probabilidade de que um binit escolhido ao acaso seja 0? Se o binit inicia o código de um carácter, ele é 0 se o carácter for A: probabilidade 1/2. Se não inicia, é porque faz parte do código de um B ou um C e foi antecedido por 1; será 0 se se trata de B e 1 se se trata de C. Sabendo-se que um carácter é B ou C, qual é a probabilidade de que seja B? Tem-se pela Regra dos Acontecimentos Dependentes

$$Pr(B/B \text{ ou } C)=\frac{Pr(B)}{Pr(B \text{ ou } C)}$$

de onde

$$Pr(B/B \text{ ou } C)=\frac{1/4}{1/2}=\frac{1}{2}.$$

Com aquele código, portanto, a capacidade do canal pode ser de 7,5 binits por segundo e a eficiência será de 100 %.

Obtivemos aqui um exemplo de um resultado mais geral: *quando as probabilidades de todos os caracteres são inversos de potências de 2, existe um código de Shannon-Fano óptimo em que cada carácter tem em cifra um comprimento em binits igual ao seu conteúdo de informação em bits.*

Exercício 6. Considere-se uma fonte produzindo sucessões de letras escolhidas de entre A, B, C, D com probabilidades 1 2, 1/4, 1 8, 1/8, sendo os sucessivos símbolos escolhidos independentemente. Mostrar que $H = 7/4$ bits por símbolo. Obter o código que atinge o valor limite da informação por binit. Mostrar que o número médio de binits usado na codificação de uma sequência de N símbolos é $(7N)/4$ e que os dígitos binários são igualmente prováveis. Codificar as sequências binárias (e portanto o texto original) no alfabeto da fonte, com uma compressão média de 7/4 (SHANNON).

Exercício 7. Verifique-se o enunciado anterior para uma fonte de 5 caracteres com as probabilidades 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/16. Construam-se outros exemplos e procure-se estabelecê-lo de uma forma geral.

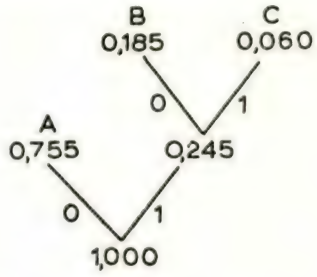
O resultado mostra como atingir a codificação óptima num caso particular e chama a atenção para um ponto de vista novo sobre os factos que o teorema fundamental domina. Deste ponto de vista, a codificação adequada poderia procurar-se segmentando o texto e tentando que a cifra de cada palavra tivesse um comprimento em binits tão próximo quanto possível da sua informação em bits. Efectivamente, tem-se:

Teorema: *Há sempre um código em que o comprimento em binits da cifra de cada palavra é o inteiro que a sua informação em bits não excede. Assim, o número médio de binits por palavra de mensagem não excede em mais que 1 o número médio de bits da informação por palavra; se este for grande, o excesso relativo é pequeno.*

A terceira fonte do problema tem uma entropia de 1 bit/símbolo e uma vazão de 5 bits por segundo.

O alfabeto de 3 caracteres, cuja entropia pode atingir 1,5850 bits por carácter, é utilizado pela fonte com a eficiência reduzida de 63,1 % e uma entropia que não ultrapassa a que se pode atingir com um alfabeto de 2 caracteres a 100 %.

De acordo com o teorema fundamental, qualquer canal de capacidade superior a 5 binits/segundo poderá escoar o texto com um código adequado. Cifrando os próprios caracteres, como anteriormente, tem-se a *árvore de codificação.*



e o código

A	75,5	0
B	18,5	10
C	6,0	11

Determinemos para este código a entropia do sinal socorrendo-nos da seguinte proposição.

Teorema: *Seja uma codificação $(A, B, C; p, q, r)$ em que o código de A tem a sinais elementares dos quais a_0 são 0 e a_1 são 1 (e anàlogamente para B e C). As probabilidades dos caracteres 0 e 1 no sinal são*

$$p_0 = \frac{pa_0 + qb_0 + rc_0}{pa + qb + rc}$$

$$p_1 = \frac{pa_1 + qb_1 + rc_1}{pa + qb + rc}$$

Exercício 8. Verificar e estabelecer as relações anteriores.

Sendo, neste caso,

$$a_0 = 1 \qquad a_1 = 0 \qquad a = 1$$
$$b_0 = 1 \qquad b_1 = 1 \qquad b = 2$$
$$c_0 = 0 \qquad c_1 = 2 \qquad c = 2$$

vem

$$p_0 = 75{,}5\ \% \qquad p_1 = 24{,}5\ \%$$

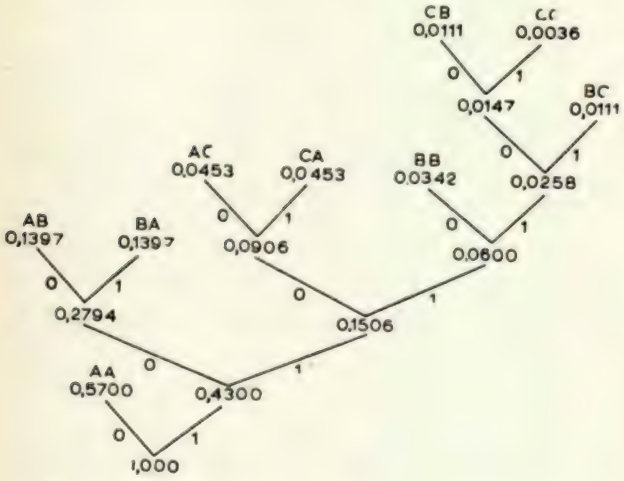
Com este código a entropia do sinal seria de 0,803 bits/binit, uma eficiência maior que a da fonte mas ainda pequena, e a capacidade do canal de 6,23 binits por segundo. Para obter o comprimento médio dos códigos basta inverter a entropia; tem-se $\bar{n} = 1{,}245$ binits/bit.

Procuremos agora o código de HUFFMAN para palavras de 2 letras.

Tem-se a seguinte estrutura, em que se supõe uma total independência entre palavras consecutivas

PAL	PRO	PAL	PRO	PAL	PRO
AA	0,5700	AC	0,0453	BC	0,0111
AB	0,1397	CA	0,0453	CB	0,0111
BA	0,1397	BB	0,0342	CC	0,0036

A árvore de codificação e o código são os seguintes



PAL	COD	PAL	COD	PAL	COD
AA	0	AC	1100	BC	11111
AB	100	CA	1101	CB	111100
BA	101	BB	1110	CC	111101

O comprimento médio dos códigos é de 2,0511 binits, ou de 1,0255 binits/carácter, ou de 1,0255 binits/bit, o que dá uma informação de 0,975 bits/binit, uma eficiência de 97,5 %.

BIBLIOGRAFIA

(S1): Shannon, *The Mathematical Theory of Communication*, The University of Illinois Press, Urbana, 1949. (Reimpressão da memória do *Bell System Technical Journal*, de 1948).

(F1): Feinstein, *Foundations of Information Theory*, McGraw-Hill, New York, 1958.

(E1): Elias, «Information Theory» in *Handbook of Automation, Computation and Control*, Vol. 1. Wiley, New York, 1958.

(K1): Khintchine, *Mathematical Foundations of Information Theory*, Dover, New York, 1957.

(G1): Gabor, «A Summary of Communication Theory», in *Communication Theory*, Butterworths, London, 1953.

(M1): Middleton, *An Introduction to Statistical Communication Theory*, Mc Graw-Hill, New York, 1960.

C. D. U. 621.311.5/91

Elementos sobre a produção e o consumo de energia na rede eléctrica nacional

— Elementos extraídos das estatísticas mensais do Repartidor Nacional de Cargas (R. N. C.)

NOTA: *As produções e os consumos das empresas do R. N. C. representam cerca de 94 % dos totais do País*

JANEIRO

I — Breve nota mensal

Sob o ponto de vista hidrológico, o mês de Janeiro apresentou-se no conjunto sensìvelmente médio.

II — Elementos gerais (GWh)

a) Mensais

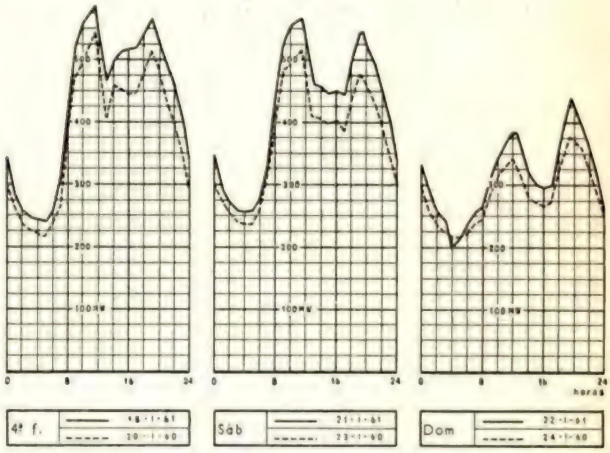
	1960	1961	Variação %
Produção hidráulica (P_h) . . .	267,3	302,6	+ 13
Produção térmica (P_t)	4,3	0,0	— 100
Produção total (P_T)	271,6	302,6	+ 11
Produção para consumos não perman. (P_{cnp}) . .	62,6	55,4	— 12
Produção para consumos permanentes (P_{cp}) . .	209,0	247,2	+18,3 (1)

Nota: (1) A produção para consumos permanentes (P_{CP}) é determinada pela seguinte expressão:

$$P_{CP} = P_T - P_{cnp} + 1 - E_X$$

III — Diagrama de carga dos dias característicos

	4.ª feira:	
	20-1-960	18-1-961
Produção hidráulica (P_h) — MWh	9335	10430
Produção térmica (P_t) — MWh . .	0	0
Produção total (P_T) — MWh . . .	9335	10430
Produção para consumos não permanentes — MWh	1933	1644
Utilização da ponta (U) — horas	17,2	17,9
Factor de carga (α)	0,72	0,75
Relação $\frac{\text{Pot. mín.}}{\text{Pot. máx.}}$ (r)	0,40	0,41



IV — Energia armazenada nas principais albufeiras

Albufeiras:	No fim do mês	
	GWh	% (1)
Paradela	222,5	100,0
Venda Nova	124,2	97,0
Salamonde	24,0	87,0
Caniçada	22,0	66,5
Cabril :	0,0	0,0
Castelo do Bode	162,4	99,6
Guilhofrei	8,3	100,0
Lagoa Comprida	32,3 (2)	100,0
Santa Luzia	58,0	94,2
Pracana	12,8	99,2
Póvoa	13,1 (3)	100,0
Total . . .	679,6	65,2

Notas:

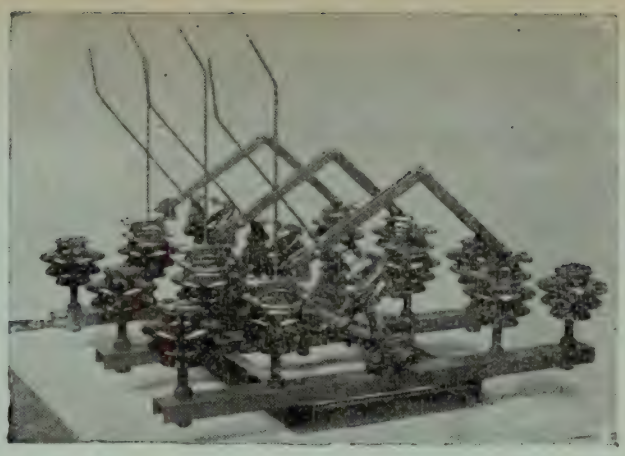
(1) Coeficiente de enchimento em energia das albufeiras.

(2) Inclui 3,4 GWh armazenados em Vale do Rossim no no início do mês e 2,9 GWh no fim do mês.

(3) Inclui 2,7 GWh armazenados no açude do Poio no início do mês 2,7 GWh no fim do mês.

Não se incluem os aproveitamentos em Ponsul, Montargil, Maranhão, Pego do Altar e Vale do Gaio, dados os condicionamentos de natureza hidroagrícola a que estes aproveitamentos estão sujeitos.

MATERIAL DE ALTA TENSÃO

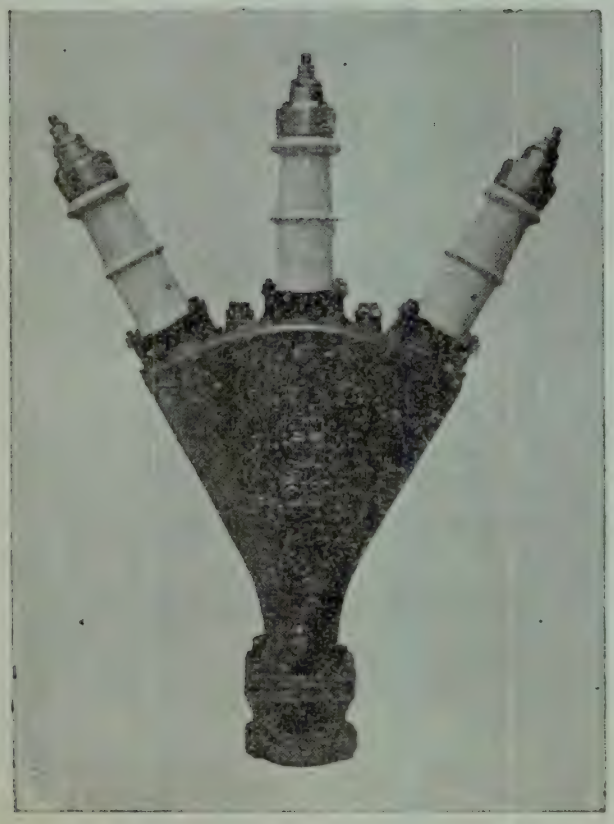


JAYME DA COSTA, L.DA

LISBOA
RUA DOS CORREEIROS, 14

PORTO
PRAÇA DA BATALHA, 12

LUANDA
CAIXA POSTAL 5174



ENTREGAS RÁPIDAS

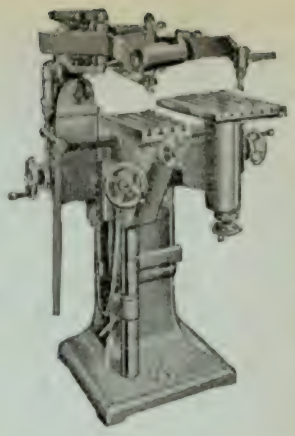
Alexander

Pantógrafos «Alexander» tri-dimensionais

Máquinas de copiar, por meio de pantógrafo, tri-dimensionais, usadas em quase todos os ramos da indústria de engenharia, para a produção de formas de formato irregular, moldes e cunhos.

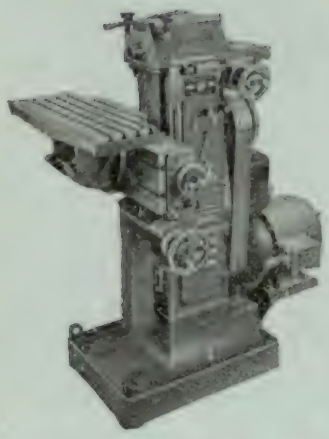
O pantógrafo, regulado ôpticamente, assegura o máximo de perfeição e detalhe na reprodução.

A árvore, regulada dinâmicamente, reduz ao mínimo e, muitas vezes, elimina a necessidade de se terminar, manualmente, qualquer trabalho.



Fresadoras «Alexander» para a preparação de ferramentas

São máquinas destinadas à fresagem de todas as ferramentas — as máquinas ideais para longos periodos de produção. Equipadas com uma série de dispositivos de alta concepção, permitem efectuar, pràticamente, todas as operações necessárias para fabricação de ferramentas, calibradores, peças acessórias, instrumentos para medidas de precisão, moldes, buris e ferramentas para cunhagem.



Gravadoras «Alexander»

A gravura mostra uma das séries de máquinas gravadoras «Alexander» bi-dimensionais. O modo de trabalhar com estas máquinas é tão simples, que até um operador inexperiente poderá conseguir com elas trabalho de alta qualidade, a grande velocidade.

Trabalhando a partir de moldes ampliados ou da mesa de copiar, poderão gravar-se letras e desenhos sobre muitos materiais.

Poderá também ser efectuada a perfilação de pequenas peças e a fabricação de cunhos, fresas e buris.

Utilizando guias de perfilação e dispositivos giratórios para gravar, poderá fazer-se também a gravação de letras e desenhos em superfícies côncavas e convexas.

Distribuidores para Portugal

CRUZ & CRUZ, L.DA

Rua da Conceição, 21
PORTO — PORTUGAL

CIMA

COMPANHIA INDUSTRIAL DE MADEIRAS AFRICANAS, S. A. R. L.

PLYWOOD sapal MADE IN PORTUGAL

contraplacado «SEVERO»

PLA MUREX

contraplacados decorativos
contraplacados especiais
placas de revestimento
placas lameladas
folheados de fantasia
madeiras exóticas secas

FÁBRICA EM ALHANDRA (SAPAL) TEL. 05 02 02 • 05 02 03 • 05 02 66
SEDE EM LISBOA — R. DAS JANELAS VERDES, 3 — TEL. 66 01 76 (PABX) — TELEG. CIMAFRICA
DELEGAÇÃO EM ÁFRICA — CAIXA POSTAL 135 — CABINDA

SEMPRE CRIANDO DA MADEIRA MELHOR BELEZA

C. D. U. 624.131.537 : 627.824.3

NOTA SOBRE MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE DE BARRAGENS DE TERRA

POR VIRGÍLIO PENALVA ESTEVES
Engenheiro Assistente do Laboratório Nacional de Engenharia Civil

I — INTRODUÇÃO

O cálculo da estabilidade à rotura por corte de maciços terrosos pressupõe que o comportamento do maciço na secção em estudo se mantém nas secções paralelas. Isto é, a análise é bidimensional, considerando-se portanto nulas as tensões tangenciais nas faces laterais da secção em estudo. Nesta hipótese, a verificação da estabilidade dum maciço poderá ser efectuada por meio de uma análise pontual, referente a uma dada secção (como é óbvio, a mais desfavorável). No entanto o estabelecimento do estado de tensão em todos os pontos da secção em estudo, além de trabalhoso e demorado, exige a admissão de certas hipóteses simplificadoras que fazem perder a precisão desejada.

Por outro lado, observações efectuadas em escorregamentos ocorridos indicaram que estes tinham lugar ao longo de superfícies contínuas de rotura, que em muitos casos apresentavam directriz que se podia considerar como circular.

Baseado nestas considerações, Fellenius, há pouco mais de 30 anos, desenvolveu um processo de análise conhecido pelo nome de «método sueco» ou «método do círculo de escorregamento».

Há no entanto que ter em atenção que as linhas de escorregamento se podem afastar bastante da forma circular. A determinação da linha de escorregamento mais desfavorável terá de ser feita por tentativas, mas partindo de uma com probabilidades de ocorrência.

Em problemas referentes a taludes naturais as condições topográficas e a própria heterogeneidade dos maciços podem dar indicações quanto à forma da linha de escorregamento a adoptar.

Para maciços artificiais, e mais especìficamente em barragens de terra, o problema é análogo. Assim, em barragens de secção homogénea, a consideração de superfícies com directriz circular parece razoável. Em barragens de secção zonada (geralmente constituídas por um núcleo impermeável e por maciços estabilizadores permeáveis ou semi-permeáveis) poderá ser necessária a consideração de superfícies compósitas.

O método sueco para a análise de estabilidade dos maciços considera uma superfície de escorregamento com directriz circular. É aplicável mesmo nos casos em que os parâmetros da equação de resistência ao corte do solo (coesão e ângulo de atrito) possam variar, pois a secção em estudo é dividida em fatias, analisando-se o equilíbro do conjunto. No entanto, despreza-se a acção entre fatias, o que conduz a resultados que estão, em geral, muito do lado da segurança.

A influência das interacções das fatias só é nula no caso de superfícies de escorregamento planas e em solos de ângulo de atrito constante.

Existe ainda um outro tipo de análise (método do círculo de ø) aplicável a linhas de escorregamento circulares e maciços homogéneos (coesão e ângulo de atrito constantes para todo o maciço).

Na Conferência Europeia sobre a estabilidade de taludes de terra, efectuada na Suécia em Setembro de 1954, Bishop apresentou uma alteração ao método sueco, considerando a interacção das fatias. Na mesma conferência, N. Janbu, baseado no trabalho anterior, estendeu a aplicação do método a superfícies de escorregamento de qualquer forma.

Isto é, relativamente ao tipo de cálculo que considera a estabilidade de maciços por análise em relação a superfícies de escorregamento, o processo apresentado assume grande interesse, pois sendo expedito, é aplicável no caso mais geral.

Note-se no entanto que o problema da verificação da estabilidade apresenta ainda um grau de indeterminação, o que obriga a admitir uma hipótese simplificadora, que consiste em considerar uma dada linha de interacção entre fatias.

Acresce ainda que a questão da avaliação das tensões neutras não está ainda totalmente esclarecida. Afigura-se que a observação completa das obras já construídas e a realização de estudos sobre modelos (apesar das inúmeras dificuldades inerentes à sua efectivação) conduzirão a uma melhor compreensão dos problemas em jogo.

II — VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE DUMA BARRAGEM DE TERRA

1) *Coeficiente de segurança*

O problema da estabilidade de maciços terrosos consiste fundamentalmente, na determinação de um coeficiente de segurança à rotura por corte de uma parte do maciço, segundo uma linha potencial de escorregamento.

Assim, considera-se que o estado de equilíbrio limite é atingido quando, ao longo duma linha de eventual escorregamento, as tensões de corte desenvolvidas assumem o valor da resistência ao corte do solo, traduzida pela equação de Coulomb:

$$\tau = c' + (\sigma_n - u) \cdot \operatorname{tg} \phi'$$

em que

c' — coesão } em termos de tensões
ϕ' — ângulo de atrito } efectivas
σ_n — tensão normal total
u — tensão neutra

Por razões de segurança, a resistência ao corte mobilizada deve ser apenas uma fracção da resistência ao corte do solo. Então poder-se-á definir um coeficiente de segurança F tal que o estado de equilíbrio limite é atingido, não para os valores de c' e ϕ' (características do solo), mas para os valores:

$$c = c' / F$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\operatorname{tg} \phi'}{F}$$

Esta definição implica que se mobilizam, para assegurar o equilíbrio, fracções idênticas da coesão e do ângulo de atrito, admitindo-se ainda que tais características são conhecidas com igual precisão.

2) *Superfícies de escorregamento*

A determinação do mínimo coeficiente de segurança está associada à consideração das possíveis superfícies de escorregamento.

Na averiguação da estabilidade dos maciços naturais o problema pode ser definido pelas condições topográficas locais e pela heterogeneidade dos solos. Por exemplo a associação de superfícies planas com circulares pode ser necessária.

No caso de barragens de terra de perfil zonado, ensaios sobre modelos (Nonveiller) indicaram curvas de escorregamento, para o maciço de jusante, convexas para cima, podendo estar ainda associadas a troços rectilíneos (fig. 1).

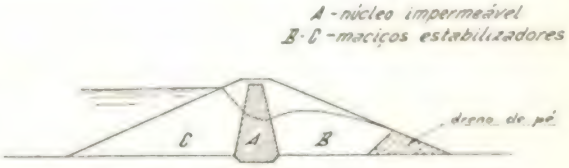


Fig. 1

Estes resultados estão de acordo com cálculos efectuados por vários autores (Samsioe).

Existem processos de cálculo considerando uma tal superfície baseados em impulsos activos e passivos (Reinius) mas efectuando hipóteses quanto à inclinação da força transmitida ao maciço de jusante.

A aplicação de superfícies circulares parece não dar, nestes casos, valores do lado da segurança.

Note-se no entanto que a determinação das superfícies de escorregamento de qualquer forma está sujeita, na maioria dos casos, a grandes imperfeições que podem fazer perder a precisão desejada.

Quer dizer que a consideração de círculos de escorregamento, ainda que se afastem da linha de rotura real, pode permitir a determinação de coeficientes de segurança que cubram as aproximações feitas na consideração de superfícies de forma qualquer. No entanto, desde que se possa, com segurança, determinar a forma aproximada da linha de eventual escorregamento, esta deve ser considerada.

3 — *Processos de cálculo*

Pelo exposto verifica-se que há todo o interesse em dispor de um processo expedito de cálculo que se aplique a quaisquer formas da linha de escorregamento, com c e ϕ podendo variar ao longo dela.

O processo proposto por Bishop e generalizado por N. Janbu contém os requesitos pretendidos.

Apresenta-se seguidamente uma explicação do método, aplicando-o ao caso da estabilidade de barragens de terra, pelo que se farão primeiramente umas breves considerações acerca das situações críticas a que estão sujeitas.

Como é óbvio, a aplicação do método a maciços naturais assume a mesma forma.

4 — *Situações críticas*

Uma barragem de terra ficará sujeita, durante a construção e em períodos de operação da albufeira a situações típicas que necessitarão da averiguação do coeficiente de segurança à rotura por corte.

Em linhas gerais, as situações críticas a considerar no cálculo serão as seguintes:

1.ª — Fase de construção.

As solicitações instabilizadoras provêm, para uma dada inclinação do paramento, do peso das terras e das consequentes tensões neutras induzidas. Note-se que estas, para uma dada energia de compactação, são uma função do teor de humidade de colocação das terras.

Há que averiguar, em geral, a segurança dos maciços de montante e de jusante.

Ainda durante a construção, sendo a dissipação das tensões neutras tanto menor quanto mais rápida for a deposição e compactação das camadas, há que ter em atenção o ritmo de crescimento do aterro.

Com efeito, devido à baixa permeabilidade das terras, grandes velocidades de construção podem conduzir ao desenvolvimento de tensões neutras exageradas, mais notòriamente em terras colocadas do lado molhado, fazendo perigar a estabilidade dos maciços.

2.ª — Fase de equilíbrio para a albufeira cheia.

Representa uma situação crítica para o maciço de jusante. A rede de fluxo relativa a uma barragem homogénea, assente sobre fundação impermeável, assume o aspecto da fig. 2.

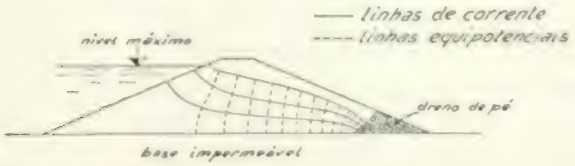


Fig. 2

No caso de um perfil zonado, com núcleo impermeável, pode supor-se que o maciço de jusante não tem efeito na linha de saturação (desde que o coeficiente de permeabilidade do maciço de jusante seja pelo menos 10 vezes maior que o do núcleo), sendo então a rede de fluxo a indicada na fig. 3.

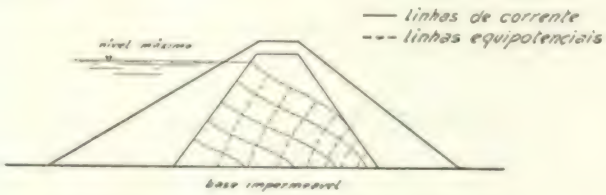


Fig. 3

3.ª — Fase resultante de um esvaziamento rápido da albufeira.

A um esvaziamento rápido do nível da albufeira (rápido em face da permeabilidade das terras dos maciços, que se traduz por um período de tempo a que não corresponde apreciável dissipação das tensões neutras instaladas) corresponde uma situação crítica para o maciço de montante. No instante do esvaziamento, o paramento de montante deixa de ser uma equipotencial passando a superfície livre. A rede de fluxo do exemplo anterior transformar-se-ia na seguinte:

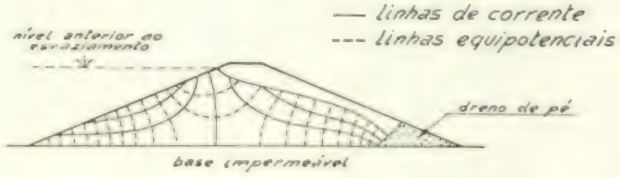


Fig. 4

Para um perfil zonado ter-se-ia:

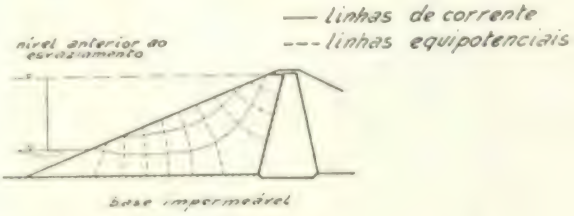


Fig. 5

No caso de um esvaziamento lento (duração compatível com parcial dissipação das tensões neutras):

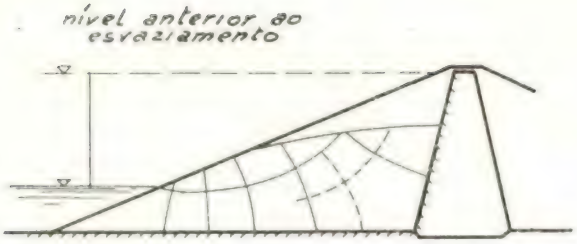


Fig. 6

A posição da linha de saturação após um esvaziamento lento, dependerá, em primeira aproximação, da velocidade de esvaziamento e do coeficiente de permeabilidade dos terrenos constituintes do maciço.

Como se verifica, a condição mais desfavorável relaciona-se com um esvaziamento «instantâneo».

As condições presentes neste caso podem ser melhoradas pela colocação de sistemas de drenagem no maciço de montante.

III — O MÉTODO DAS FATIAS NA VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE

Para cada uma das situações críticas apontadas anteriormente, há que averiguar o coeficiente de segurança dos maciços à rotura por corte segundo linhas potenciais de escorregamento.

Considere-se um dado perfil duma barragem com a água na albufeira a um dado nível:

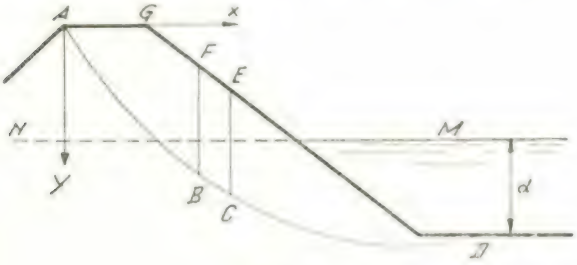


Fig. 7

Seja ABCD uma linha de eventual escorregamento de forma qualquer e BCEF uma das fatias em que se divide a zona em estudo. NM é o nível das águas na albufeira.

Considere-se uma fatia isolada da secção em estudo:

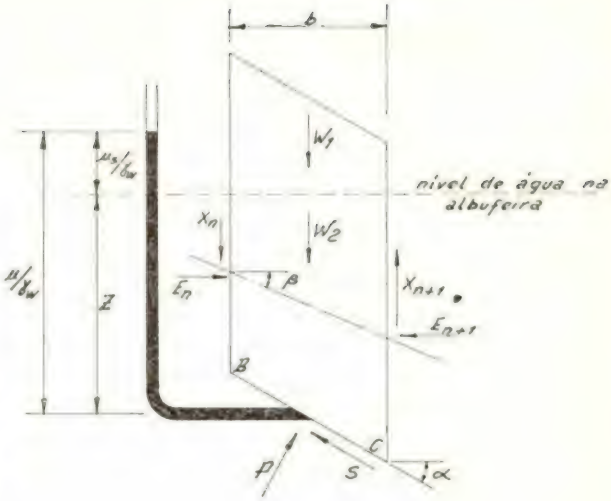


Fig. 8

Um piezómetro colocado idealmente em 0 acusaria uma subida de água, em relação a 0, de $z + \frac{u_s}{\gamma_w}$, em que u_s é a pressão nos poros expressa com um excesso sobre a pressão hidrostática correspondente ao nível de água, NM, na albufeira, e γ_w é o peso específico da água.

As notações usadas na fig. 8 correspondem a:

- E_n e E_{n+1} — resultantes das forças totais horizontais actuantes nas secções n e n + 1.
- X_n e X_{n+1} — forças verticais tangenciais
- P — força total normal, actuante na base da fatia
- S — força de corte actuante na base da fatia
- h — altura da fatia
- b — largura da fatia
- l — comprimento BC
- α — ângulo entre BC e a horizontal
- β — ângulo entre a linha de actuação das pressões entre fatias, e a horizontal
- u — tensão neutra
- W_1 — peso total de solo acima de NM
- W_2 — peso submerso (peso total descontado da impulsão) do solo abaixo de NM.

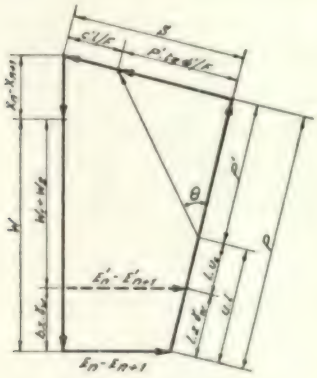
A resistência ao corte mobilizada, s, de maneira a ter-se um coeficiente de segurança F, será (ver II-1):

$$s = \frac{1}{F} [c' + (\tau_n - u) \operatorname{tg} \phi']$$

A força de corte S, será:

$$S = \frac{1}{F} \cdot [c'.l + (P - u.l) \operatorname{tg} \phi']$$

Obtém-se então o polígono das forças actuantes:



$\operatorname{tg} \theta = \frac{1}{F} \cdot \operatorname{tg} \phi'$

Fig. 9

Resolvendo verticalmente tem-se:

$$W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1} + bz\,\gamma_w = \\ = S \operatorname{sen} \alpha + P \cos \alpha \qquad (1)$$

e horizontalmente

$$E_n - E_{n+1} = S \cos \alpha - P \operatorname{sen} \alpha \qquad (2)$$

O equilíbrio do conjunto das fatias na zona de escorregamento será, atendendo a que $\Sigma (X_n - X_{n+1}) = 0$:

$$\Sigma (S \operatorname{sen} \alpha + P \cos \alpha) = \Sigma (W_1 + W_2) + \\ + \Sigma\, b.z.\gamma_w \qquad (3)$$

$$\Sigma (S \cos \alpha - P \operatorname{sen} \alpha) = \\ = \Sigma (E_n - E_{n+1}) = -\frac{1}{2} \gamma_w d^2 \qquad (4)$$

Multiplicando a equação (1) por *sen* α e a equação (2) por *cos* α e somando:

$$(W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1} + bz\,\gamma_w) \operatorname{sen} \alpha + \\ + (E_n - E_{n+1}) \cos \alpha = S \qquad (5)$$

Introduzindo (4) em (5):

$$\Sigma (W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1} + \\ + b.z.\gamma_w) \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} \gamma_w d^2 = \Sigma \frac{S}{\cos \alpha}$$

Notando que:

$$\Sigma\, bz\,\gamma_w \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \gamma_w d^2$$

e que:

$$S = s.l = \frac{s.b}{\cos \alpha}$$

obtém-se:

$$\Sigma (W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1}) \operatorname{tg} \alpha = \frac{s.b}{\cos^2 \alpha} \qquad (6)$$

Por outro lado a equação (1) permite obter P:

$$P = \frac{W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1} + bz\,\gamma_w}{\cos \alpha} - S \operatorname{tg} \alpha$$

que introduzido na equação de resistência:

$$s = \frac{1}{F} \left[c' + \left(\frac{P}{l} - u \right) \operatorname{tg} \phi' \right] \qquad (7)$$

fornece:

$$s = \frac{c'}{F} + \frac{\operatorname{tg} \phi'}{F} \left[\frac{W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1} + bz\,\gamma_w}{l.\cos \alpha} - \right. \\ \left. - \frac{S \operatorname{tg} \alpha}{l} - u \right]$$

Atendendo a que:

$$b = l.\cos \alpha$$

$$p = \frac{W_1 + W_2}{b}$$

$$t = \frac{X_n - X_{n+1}}{b}$$

$$u = \gamma_w . z + u_s$$

vem, simplificando:

$$s = \frac{\frac{c'}{F} + (p + t - u_s) . \frac{\operatorname{tg} \phi'}{F}}{1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha . \operatorname{tg} \phi'}{F}}$$

Combinando esta equação com a equação (6) e simplificando obtém-se a equação geral:

$$\boxed{F = \frac{\Sigma \frac{[c' + (p + t - u_s) \operatorname{tg} \phi'] b}{n_\alpha}}{\Sigma (p + t) \operatorname{tg} \alpha . b} = \frac{\Sigma A}{\Sigma B} \quad \text{em que} \quad n_\alpha = \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha . \operatorname{tg} \phi'}{F} \right) \cos^2 \alpha} \qquad (I)$$

Se em vez de considerar que E_n e E_{n+1} representavam as resultantes das forças totais horizontais, se tivessem relacionado aquelas forças apenas com a pressão neutra em excesso sobre a pressão hidrostática (a diferença entre elas está representada na fig. 9 por $E'_n - E'_{n+1}$) a fórmula geral não viria alterada. Simplesmente as forças entre fatias teriam neste caso por condição:

$$\boxed{\begin{aligned} \Sigma\,(X_n - X_{n+1}) &= 0 \\ \Sigma\,(E'_n - E'_{n+1}) &= 0 \end{aligned}} \qquad \text{(II)}$$

O problema apresenta ainda um grau de indeterminação pois desconhecem-se os estados de tensão no interior dos maciços. Assim tem de se efectuar hipóteses quando à interacção entre fatias. Considerando uma linha de actuação das forças entre fatias, poder-se-á definir o ângulo β tal que:

$$\boxed{X_n = E'_n \operatorname{tg} \beta} \qquad \text{(III)}$$

As fórmulas (I), (II) e (III) permitem resolver o problema.

Assim num primeiro passo, considera-se $t = 0$ e calcula-se um primeiro valor do coeficiente de segurança F (a equação geral conduz a $F_0 = \frac{\Sigma A_0}{\Sigma B_0}$).

Devido à pequena influência de t sobre F, parece que este valor já é suficientemente preciso, estando geralmente do lado da segurança.

No entanto, sempre que se pretenda maior precisão, procede-se da seguinte maneira:

Idealiza-se uma linha de actuação das interacções entre fatias (passando pelo terço inferior da altura de cada fatia) e calculam-se os valores de X_i para todas as secções verticais.

Assim, como $E'_i = -\sum_0^i \Delta E_i$, a equação geral (I) e a equação (5) modificada para atender à substituição de E por E':

$$(W_1 + W_2 + X_n - X_{n+1}) \operatorname{sen} \alpha + (E'_n - E'_{n+1}) \cos \alpha = S$$

conduzem a:

$$\sum_0^i \Delta E_i = \sum_0^i \left(\frac{A_{0,i}}{F} - B_{0,i} \right)$$

Da equação (III) obtém-se então:

$$X_i = -\operatorname{tg} \beta_i \sum_0^i \left(\frac{A_{0,i}}{F} - B_{0,i} \right)$$

que permite determinar os diferentes ΔX. Introduzindo-os na equação geral (atendendo a que $t = \Delta X/b$) obtém-se um outro valor F_1 e os correspondentes B_1 e A_1. Por aproximações sucessivas ir-se-ão obtendo F_2 (B_2 e A_2), F_3 (B_3 e A_3), etc. Geralmente o segundo passo conduz já a valores de F com grande precisão.

Dar-se-á mais adiante um exemplo de aplicação do método

IV — DETERMINAÇÃO DAS TENSÕES NEUTRAS

A aplicação da fórmula (I) para a avaliação do coeficiente de segurança F pressupõe o conhecimento de u_s.

Analisar-se-á seguidamente, para cada uma das situações críticas a considerar no cálculo, o problema da determinação das tensões neutras.

1.ª) Fase de construção.

Neste caso, não existe água na albufeira pelo que não há a considerar os pesos submersos.

Então os pesos das fatias serão:

$$W_i = \gamma_i \,.\, h_i \,.\, b$$

sendo h_i a altura total da fatia e γ_i o peso específico total do solo constituinte, nas condições de colocação.

Os acréscimos de tensão a um dado nível, devido ao crescimento do aterro, induzem tensões neutras em solos pouco permeáveis, que são uma função desses acréscimos. Uma aproximação lícita consiste em considerar que a tensão principal máxima em dada faceta é igual ao peso da coluna de solo acima dessa faceta. Então, podendo exprimir-se a variação da tensão neutra induzida em função dos acréscimos da tensão principal máxima, é:

$$\Delta u_s = \bar{B} \,.\, \Delta \sigma_1 \simeq B \left(\frac{W_i}{b} \right) = \bar{B} \,.\, \gamma'_i \,.\, h_i$$

O coeficiente $\bar{B}$ (determinado em ensaios laboratoriais sobre as terras previstas para a construção da barragem) pode ser considerado como constante, apesar de na realidade depender do

valor de σ_1 e da relação das tensões principais, máxima e mínima, e portanto variar ao longo duma superfície potencial de escorregamento.

Note-se ainda que sendo as tensões neutras induzidas num dado solo por um dado acréscimo de tensão, função do teor de humidade de colocação das terras, $\bar{B}$ dependerá ainda das condições de colocação.

2.ª) Fase de equilíbrio para a albufeira cheia.

Como já se indicou anteriormente, trata-se de um caso crítico para o maciço de jusante.

As tensões neutras obtém-se de uma rede de fluxo correspondente à albufeira cheia.

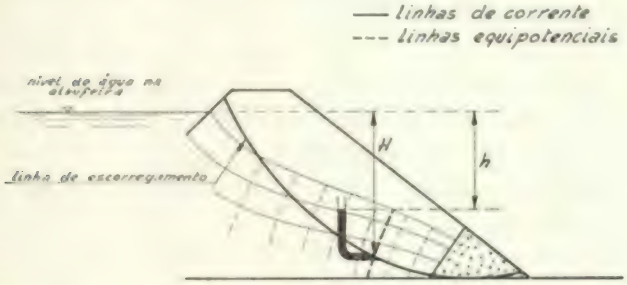


Fig. 10

A tensão neutra actuante em A (termo u_s da fórmula geral I) será:

$$u_A = \gamma_w (H-h)$$

em que γ_w é o peso específico da água.

Se o nível de água a jusante atingir a barragem, as tensões neutras são referenciadas a esse nível de água. Neste caso há que tomar para peso específico das terras, abaixo desse nível, o seu peso submerso.

Na fig. 11 apresenta-se a rede de fluxo relativa a uma barragem homogénea e as tensões neutras actuantes na linha de escorregamento.

Fig. 11

Há a notar ainda que sob condições de anisotropia (o coeficiente de permeabilidade na direcção horizontal diferente do relativo à direcção vertical) é necessário transformar a secção em estudo antes de proceder ao traçado da rede de fluxo. Assim supõe-se o maciço isotrópico após a modificação do perfil, que consiste em multiplicar as dimensõs horizontais por $\sqrt{Kv/Kh}$, em que Kv e Kh são, respectivamente, os coeficientes de permeabilidade nas direcções vertical e horizontal.

Na fig. 12 indica-se um exemplo desta transformação.

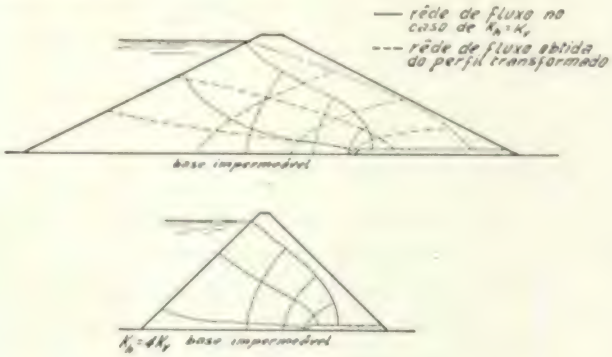


Fig. 12

Tem-se então que as redes de fluxo permitem determinar as pressões neutras relativas a um regime permanente.

3.ª) Fase resultante de um esvaziamento rápido da albufeira.

Considere-se o seguinte perfil relativo ao maciço de montante duma barragem de terra:

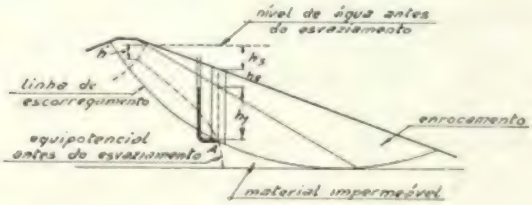


Fig. 13

Antes do esvaziamento a tensão neutra em A será:

$$u_0 = \gamma_w (h_1 + h_2 + h_3 - h')$$

Após um esvaziamento rápido a tensão neutra assumirá um novo valor

$$u = u_0 + \Delta U$$

em que

$$\Delta U = \bar{B}.\ \Delta \sigma_1$$

A variação da tensão neutra é expressa em termos da redução das tensões principais, devida à retirada da água da albufeira.

Então

$$u = u_0 + \bar{B}.\ \Delta\sigma_1$$

Se se considerar que a tensão principal máxima é igual ao peso do material (solo e água) acima do elemento considerado, tem-se, antes do esvaziamento:

$$(\sigma_1)_0 = \gamma_1\ h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_w h_3$$

e após o esvaziamento:

$$\sigma_1 = \gamma_1 h_1 + \gamma'_2 h_2$$

em que:

γ_1 — peso específico do material impermeável (considerado completamente saturado)

γ_2 — peso específico do material que constitui o enrocamento (também completamente saturado)

γ'_2 — igual ao anterior, mas descontado da água expulsa por drenagem

γ_w — peso específico da água.

Então:

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - (\sigma_1)_0 = -[(\gamma_2 - \gamma'_2)\ h_2 + \gamma_w h_3]$$

Ora $\gamma'_2 = \gamma_2 - n.\ \gamma_w$, em que n é a porosidade do material do enrocamento (considerado francamente permeável). Então:

$$\Delta\sigma_1 = -\gamma_w\ (nh_2 + h_3)$$

Finalmente:

$$u = \gamma_w\ [h_1 + h_2\ (1 - \bar{B}\ .\ n) + h_3\ (1 - \bar{B}) - h']$$

O valor de $\bar{B}$ pode ser determinado em ensaios laboratoriais; no entanto o valor de $\bar{B} = 1$ (condição de saturação completa) fornece valores que estão do lado da segurança.

Neste caso tem-se:

$$u = \gamma_w\ [h_1 + h_2\ (1 - n) - h']$$

Note-se no entanto, que a análise exposta para a determinação das tensões neutras, devidas a um esvaziamento rápido, pode, em princípio, seguir uma outra via, que consiste em admitir que após tal esvaziamento se dá um reajustamento imediato às novas condições limites, sendo então as pressões neutras originadas pelo escoamento gravitacional. Nestas condições, elas determinar-se-iam a partir de redes de fluxo (fig. 14).

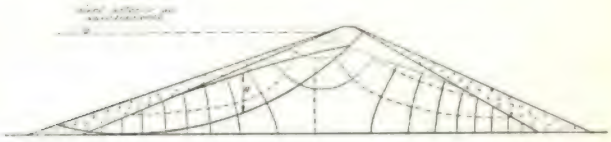


Fig. 14

Parece afinal que as características de compressibilidade dos maciços, referentes a uma situação de esvaziamento, indicarão a via mais razoável. Assim em maciços «rígidos» (maciços não sujeitos a variações de volume apreciáveis quando da descida do nível da albufeira) a segunda via parece ser a indicada. Por outro lado parece que os maciços terrosos, usuais, apresentarão em maior grau, características de maciços «compressíveis» pelo que a primeira via de cálculo será a aconselhável.

Só a observação de barragens construídas poderá esclarecer melhor tal diferença de comportamentos.

V – EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O método exposto, de aplicação geral, assume especialmente grande importância na verificação da estabilidade de perfis zonados. Com efeito, trata-se de um método expedito que considera a possível variação dos parâmetros da equação de resistência ao corte (coesão e ângulo de atrito).

Apresenta-se um exemplo de aplicação do método, na verificação da estabilidade dum maciço duma barragem de terra de secção homogénea. No quadro I indica-se a disposição de cálculo. Considerou-se apenas a situação correspondente à fase de construção.

Sendo a barragem de secção homogénea, os valores de c' e ϕ' são constantes ao longo da superfície potencial de escorregamento.

Admitiu-se que, em face de ensaios efectuados, os valores de corte representativos das terras empregadas são:

$c' = 0{,}3\ \text{kg cm}^{-2}$
$\phi' = 33^\circ$ (em termos de tensões efectivas)

Considerou-se ainda que as tensões neutras induzidas pelos acréscimos de tensão, devidos ao

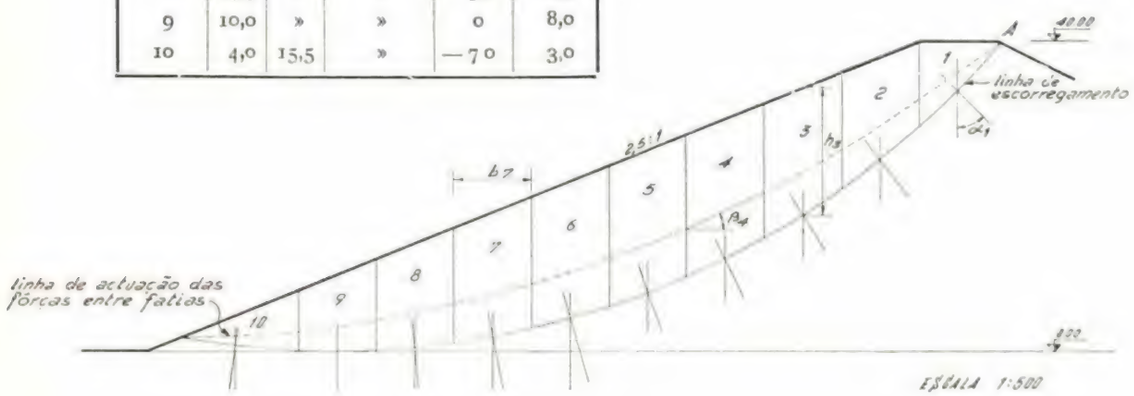
VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE

FATIA	h (m)	b (m)	γ (ton. m⁻³)	α (grau)	β (grau)
1	6,3	10,5	2,0	45,0	34,0
2	13,5	10,0	»	38,3	32,0
3	16,8	»	»	32,0	29,0
4	18,3	»	»	26,3	25,0
5	18,5	»	»	21,0	20,5
6	17,8	»	»	15,5	18,0
7	16,0	»	»	10,5	15,0
8	13,5	»	»	5,0	12,5
9	10,0	»	»	0	8,0
10	4,0	15,5	»	−7 0	3,0

BARRAGEM —

MACIÇO: JUSANTE

CASO: FASE DE CONSTRUÇÃO



Cálculo do coeficiente de segurança ($\Delta X = 0$)

FATIA N.º	c' ton m⁻²	ø' (grau)	tg ø'	b (m)	α (grau)	tg α	p ton m⁻²	u ton m⁻²	B_o	C_o	A'_o	n_α $F'_o = 1{,}33$	A_o A'_o/n_α
1	3.0	33	0,649	10,5	45,0	1,000	12,6	5.1	132	4,9	83	0,74	112
2	»	»	»	10,0	38,3	0,791	27,0	10,8	214	10,5	135	0,85	153
3	»	»	»	»	32,0	0,625	33,6	13,5	210	13,0	160	0,94	171
4	»	»	»	»	26,3	0,495	36,6	14,7	181	14,2	172	1,00	172
5	»	»	»	»	21,0	0,384	37,0	14,8	142	14,4	174	1,03	169
6	»	»	»	»	15,5	0,277	35,6	14,3	99	13,8	168	1,05	160
7	»	»	»	»	10,5	0,185	32,0	12,8	59	12,5	155	1,05	148
8	»	»	»	»	5,0	0,087	27,0	10,8	23	10,5	135	1,04	130
9	»	»	»	»	0	0,000	20.0	8,0	0	7,8	108	1,00	108
10	»	»	»	15,5	−7,0	−0,123	8,0	3,2	−15	3,1	95	0,93	102
									$\Sigma B_o = 1045$		$\Sigma A'_o = 1385$		$\Sigma A_o = 1425$

FORMULÁRIO

$$B_o = p.b.\operatorname{tg}\alpha$$
$$C_o = (p - u).\operatorname{tg}\phi'$$
$$A'_o = (c' + C_o).b$$
$$n\alpha = \cos^2.\alpha(1 + \operatorname{tg}.\alpha.\operatorname{tg}.\phi'/F) \qquad F'_o = \frac{\Sigma A'_o}{\Sigma B_o} = \underline{1{,}33}$$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA $F_o = \Sigma A_o/\Sigma B_o = \underline{1{,}36}$

1.ª Aproximação

FATIA N.º	CÁLCULO DE X_o e ΔX_o: ΔE_o $\frac{A_o}{F_o} - B_o$	E_o $-\Sigma\Delta F_o$	tg β	X_o $E_o.\operatorname{tg}\beta$	ΔX_o $X_n - X_{n+1}$	CÁLCULO DE F_1 ($\Delta X = \Delta X_o$): B_1 $B_o + \Delta X_o.\operatorname{tg}\alpha$	A'_1 $A'_o + \Delta X_o.\operatorname{tg}\phi'$	$n\alpha$ $F'_1 = 1{,}44$	A_1 $A'_1/n\alpha$
1	− 50	50	0,675	35	− 35	97	60	0,73	82
2	− 102	152	0,625	95	− 60	167	96	0,83	116
3	− 84	236	0,554	131	− 36	188	138	0,92	150
4	− 55	291	0,466	136	− 5	179	169	0,98	172
5	− 18	309	0,374	116	20	150	187	1,02	183
6	19	290	0,325	94	22	105	182	1,05	173
7	50	240	0,268	65	29	64	174	1,04	167
8	71	169	0,222	38	27	26	153	1,03	149
9	79	90	0,141	13	25	0	124	1,00	124
10	90	0	0,052	0	13	− 16	103	0,93	111
	$\Sigma\Delta E_o = 0$				$\Sigma\Delta X_o = 0$	960	1386		1427

$F'_1 = \Sigma A'_1/\Sigma B_1 = 1{,}49$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA $F_1 = \Sigma A_1/\Sigma B_1 = 1{,}49$

2.ª Aproximação

FATIA N.º	CÁLCULO DE X_1 e ΔX_1: ΔE_1 $\frac{A_1}{F_1} - B_1$	E_1 $-\Sigma\Delta E_1$	tg β	X_1 $E_1.\operatorname{tg}\beta$	ΔX_1 $X_n - X_{n+1}$	CÁLCULO DE F_2 ($\Delta X = \Delta X_1$): B_2 $B_o + \Delta X_1.\operatorname{tg}\alpha$	A'_2 $A'_o + \Delta X_1 \operatorname{tg}\phi'$	$n\alpha$ $F'_2 = 1{,}44$	A_2 $A'_2/n\alpha$
1	− 42	42	0,675	28	− 28	104	65	0,73	88
2	− 89	131	0,625	82	− 54	171	100	0,83	121
3	− 87	218	0,554	121	− 39	186	136	0,92	148
4	− 64	282	0,466	131	− 10	176	166	0,98	169
5	− 27	309	0,374	116	15	148	184	1,02	180
6	11	298	0,325	97	19	104	180	1,05	172
7	49	249	0,268	67	30	64	174	1,04	167
8	75	174	0,222	39	28	26	153	1,03	149
9	83	91	0,141	13	26	0	125	1,00	125
10	91	0	0,052	0	13	− 17	103	0,93	111
	$\Sigma\Delta E_1 = 0$				$\Sigma\Delta X_1 = 0$	962	1386		1430

$F'_2 = \Sigma A'_2/\Sigma B_2 = 1{,}44$

COEFICIENTE DE SEGURANÇA $F_2 = \Sigma A_2/\Sigma B_2 = 1{,}49$

Tudor

PORTUGAL

A MELHOR

BATERIA

ROLLS-ROYCE RECOMENDA BP ENERGOL visco-static

Sob a maravilhosa aparência exterior deste "Silver Cloud II" encontra-se o novo e notável motor do Rolls-Royce. E' um motor notável porque é feito de alumínio, o que significa que, embora pesando menos que o motor convencional, desenvolve uma potência muito superior.

Sem sombra de dúvida é um excelente motor.

Durante as experiências de estrada com este novo motor os engenheiros da Rolls-Royce escolheram o BP Energol "Visco Static" Motor Oil — um óleo que serve admiràvelmente os modernos motores a 4 tempos. O BP Energol "Visco-Static" é um "multigrade", o que significa que, além de ser um óleo ideal para qualquer estação do ano, reduz acentuadamente o desgaste do motor.

Sem sombra de dúvida é um óleo excelente.

crescimento do aterro, seriam da ordem de 40 % desses acréscimos (resultado obtido a partir de ensaios sobre as terras a usar na construção).

O coeficiente $\overline{B}$ (ver IV-1.ª) será então:

$$\overline{B} = 0{,}4$$

As tensões neutras induzidas avaliar-se-ão a partir de:

$$u = \overline{B} \, . \, \gamma_i \, . \, h_i = 0{,}4 \, . \, p$$

Ainda os resultados de ensaios de compactação forneceram, para peso específico total de colocação, o valor:

$$\gamma = 2 \text{ ton. m}^{-3}$$

O quadro I dispensa mais comentários, seguindo o cálculo o caminho indicado de acordo com o exposto em III.

A avaliação do coeficiente de segurança, efectuada numa primeira etapa em que se considera $t = 0$, conduz a $F = 1{,}36$.

Numa segunda aproximação, que entra em conta com a influência de t, eleva-se o coeficiente de segurança para 1,49.

Admitiu-se neste caso que a linha de interacção entre fatias passava pelo terço inferior da altura de cada fatia.

Uma terceira aproximação já não altera o valor de F.

Como se verifica a segunda aproximação já é suficiente (a convergência é muito rápida), notando-se ainda que na primeira aproximação o valor obtido apenas se afasta cerca de 9 % do valor final, estando ainda do lado da segurança.

Havia seguidamente que ensaiar outras superfícies de escorregamento, a fim de determinar o mínimo coeficiente de segurança.

Analisar-se-iam depois as restantes situações críticas. Os quadros de cálculo mantêm a mesma forma, calculando-se os valores das tensões neutras de acordo com o exposto em IV.

BIBLIOGRAFIA

Treatise on dams — Chap. 8 — Earth dams-Bureau of Reclamation Manual.

(1951) — Ch. Mallet et J. Pacquant
Les barrages en terre
Eyrolles — Paris.

(1951) — Harold Arthur
Design of the earth embankment Falcon dam and power plant
Bureau of Reclamation — Technical memorandum 642.

(1952) — Soil Mechanics design — Seepage control
Department of the Army Corps of Engineers
Engineering Manual for Civil Works — Part CXIX — Chap. 1.

(1952) — Soil Mechanics design — Stability of slopes and foundations
Department of the Army Corps of Engineers
Engineering Manual for Civil Works — Part CXIX — Chap. 2.

(1955) — A. W. Bishop
The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes
Proceedings of the European Conference on the Stability of Earth Slopes — Sweden
Géotechnique — Volume V, n.º 1 — 1955.

(1955) — Erling Reinius
The Stability of the Slopes of Earth Dams
Proceedings of the European Conference on the Stability of Earth Slopes — Sweden
Géotechnique — Vol. V, n.º 2 — 1955.

(1955) — Frey Samsioe
Stresses in downstream part of an earth or a rock fill dam
Proceedings of the European Conference on the Stability of Earth Slopes — Sweden
Géotechnique — Vol. V, n.º 2 — 1955.

(1955) — Proceedings of the European Conference on the Stability of Earth Slopes — Sweden. Discussions
Géotechnique — Vol. V, n.º 1 e 2 — 1955.

(1955) — Manuel Rocha
As perspectivas de resolução de problemas de Mecânica dos Solos com o auxílio de modelos
LNEC — Publicação n.º 77 — 1955.

(1955) — José Folque
Maciços terrosos e sua estabilidade
LNEC — Publicação n.º 74 — 1955.

(1957) — G. Le Moigne
La détermination des pressions interstitielles dans les barrages en terre
Travaux — n.º 278 e 280 — 1957.

(1957) - N. Janbu
Earth pressures and bearing capacity calculations by generalized procedure of slices.
Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering — London — 1957.

(1958) — Walker
Development of earth dams design in the Bureau of Reclamation
Bureau of Reclamation — 1958.

(1960) — Virgílio Esteves
Influência do teor de humidade de colocação na resistência ao corte
LNEC — 1959.
Téenica — n.º 298 — Jan./1960.

NOTA SOBRE MÉTODOS DE VERIFICAÇÃO DA ESTABILIDADE DE BARRAGENS DE TERRA

SUMÁRIO

Procura-se, no presente trabalho, fazer a divulgação de um método de verificação da estabilidade de barragens de terra, proposto por Bishop em Setembro de 1954, durante a Conferência Europeia sobre estabilidade de taludes de terra, efectuada na Suécia. Atendeu-se ao facto de tal método, além de expedito, ser de aplicação geral, isto é, permitir a consideração de linhas de escorregamento de formas quaisquer, podendo ainda, os parâmetros de corte (coesão e ângulo de atrito) variarem ao longo delas.

Indicam-se ainda as vias de cálculo das tensões neutras e um exemplo de aplicação com quadros de cálculo que auxiliam os trabalhos de rotina.

NOTE ON METHODS FOR CHECKING THE STABILITY OF EARTH DAMS

SUMMARY

It is attempted, in the present paper, to make more widely known, in Portugal, a method for checking the stability of earth dams, presented by Bishop at the European Conference on the Stability of Earth Slopes held in Sweden in September 1954. It was duly taken into account that, besides rapid, the method can be génerally applied. i. e., by means of it, it is possible to consider slip lines with any shape whatsoever with shear strength parameters (cohesion and angle of friction) variable along them.

Methods for calculating pore pressures and an instance of application with auxiliery lables for routine work are included.

REMARQUE SUR LES MÉTHODES DE VÉRIFICATION DE LA STABILITÉ DES BARRAGES EN TERRE

RÉSUMÉ

On cherche, dans le présent travail, à rendre plus connu, au Portugal, une méthode de vérification de la stabilité des barrages en terre proposée par Bishop en Septembre 1954, pendant la Conférence Européenne sur la Stabilité des Talus en Terre, réalisée en Suède. On a pris dûment en compte le fait que la méthode en question est d'une application tout à fait générale, c'est à dire on y peut considérer des lignes de glisse ment àforme quelconque, les paramètres de cisaillement (cohésion et angle de frottement) pouvant même être variables le long d'elles.

On présente aussi les méthodes de calcul des pressions interstitielles et un exemple d'application avec des tableaux de calcul qui facilitent les travaux de routine

YALE

IMPRESCINDÍVEL

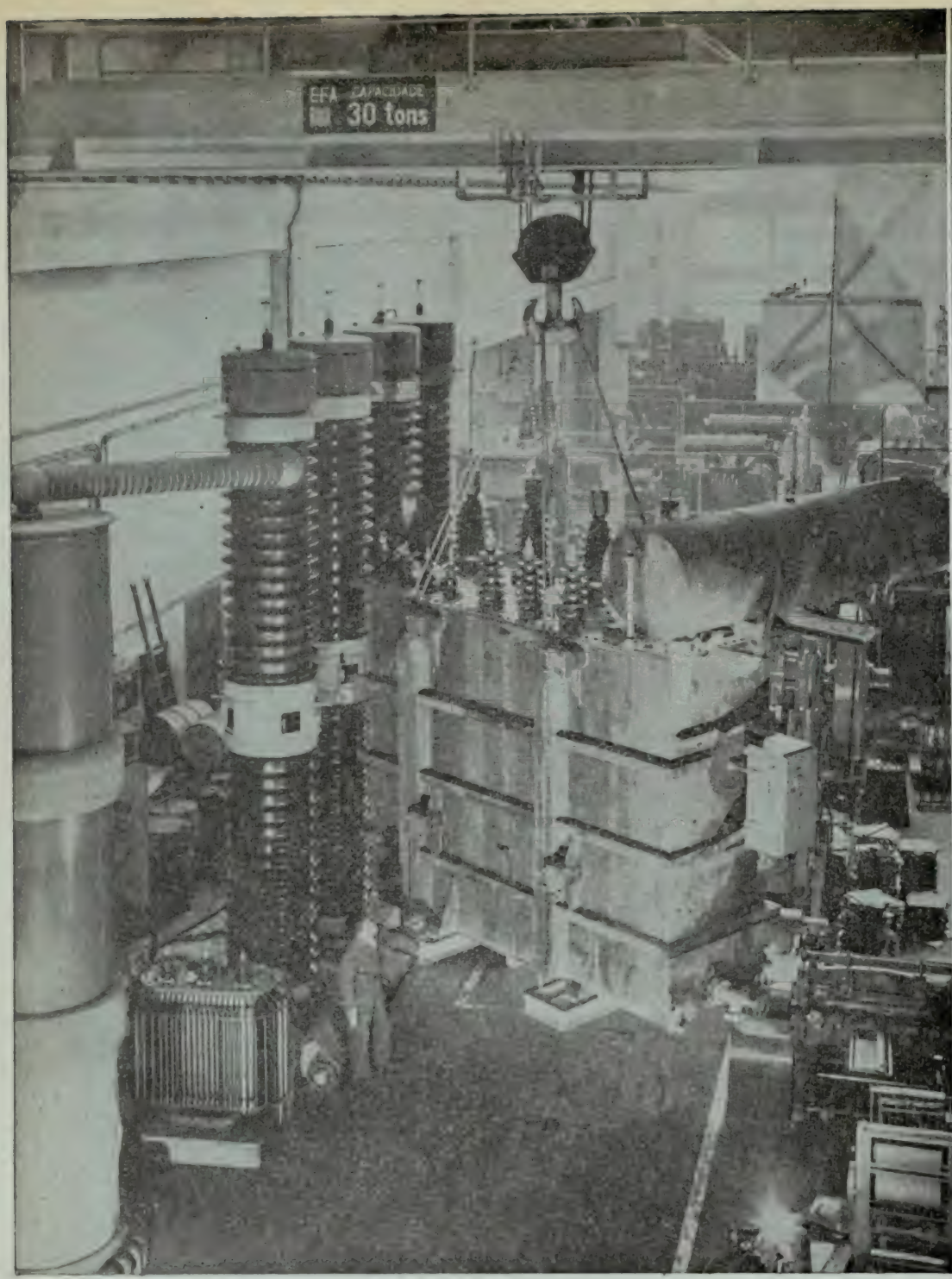
RACIONALIZANDO A INDÚSTRIA
resolve
eficiente e em plena economia o transporte e a armazenagem.
NA OFICINA,
NA FÁBRICA,
NO ARMAZÉM

Representantes exclusivos:
Henry M. F. Hatherly, Lda.
R. Comércio, 8-5. - Tel. 36 29 61 - Lisboa

A Secção de Folhas da A. E. I. S. T.

tem editadas folhas das lições
de quase todas as cadeiras
professadas no I. S. T.

À venda na Associação



EFACEC

Vista do interior de uma das Fábricas "EFACEC"
(Arroteia — S. Mamede de Infesta)

Distinguem-se nesta fotografia :

— Um transformador de 15 000 kVA/60 000 V (marca EFACEC) com regulação em carga, em curso de fabrico.
— Um disjuntor de 220 000 V (marca SOPREL), aguardando ensaio de rigidez.
— Nota-se também um transformador de ensaios de 600 000 V.

EFACEC

C. D. U. 666.94.022.2

Conceitos actualizados sobre a moenda do cimento (*)

PELO ENG.º CIVIL (E.P.U.L.) JOSÉ OSÓRIO DE ROCHA E MELO

A moenda do clinquer consome numa fábrica de cimento cerca de 40 % da energia total; o rendimento energético da moenda é também péssimo, visto ser apenas da ordem de 1 %. Os outros 99 % perdem-se sob a forma de calor, a aquecer a máquina, as placas de blindagem, corpos moentes, o cimento, o ar ambiente e sob a forma de som.

Tem-se procurado melhorar esses baixos rendimentos que se reflectem na economia geral do fabrico e nesta tese apresentam-se algumas vias que têm sido exploradas nesse sentido.

Os corpos moentes

Dentro de um moinho, a substância que se pretende moer é triturada ou esmagada pelo corpo moente (bola, esfera, cilindro ou cubo) de encontro à placa (blindagem, couraça, revestimento) ou pelo choque dos corpos moentes entre si. Mas, em face do miserável rendimento desta operação, é-se forçado a admitir que nestes choques, o efeito é raramente atingido e parece haver uma probabilidade em 100 de uma esfera acertar numa partícula a pulverizar, quer de encontro a outra esfera, quer de encontro à placa.

E toda essa onda de calor, que do moinho dimana, é provocada na sua quase totalidade por essa série de choques e fricções inoperantes.

Dentro desta deplorável técnica e enquanto se não descobrirem meios mais eficazes de pulverização, vejamos quais os pequenos progressos de que, nos últimos tempos, a moagem tem beneficiado. Para cada tamanho de substância, a esfera de aço mais conveniente para a triturar será, segundo a prática tem ensinado, 6 a 8 vezes maior em volume.

É compreensível, para moenda eficiente, que as esferas devem poder contactar bem umas com as outras e as partículas a moer não sejam maiores que os interstícios entre esferas (*Fig. 1*).

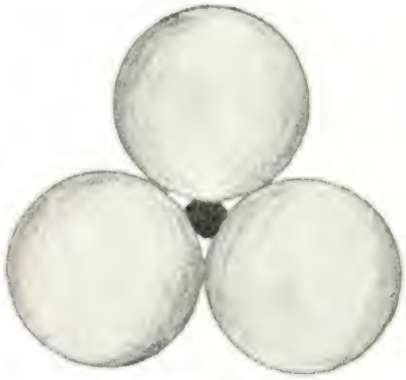


Fig. 1

As superfícies úteis de contacto de moenda, variam na razão inversa dos diâmetros das esferas, portanto à medida que o diâmetro das esferas diminui, a superfície útil de contacto aumenta.

Outro fenómeno conhecido, consiste na segregação das esferas por tamanhos. Quando pomos em marcha um moinho com esferas mistas, sem alimentação, produz-se a pouco e pouco uma migração das esferas maiores para um lado e das menores para outro. A explicação deste facto, resulta das considerações seguintes:

QUADRO I

1 m³ de esferas de	60 a 100 mm	pesa	4400 kg —	Baridade	0,56
	30 a 50 mm	»	4600 kg —	»	0,59
	20 a 30 mm	»	4800 kg —	»	0,62

(*) Comunicação apresentada ao Congresso Internacional do Cimento, em Lisboa, Agosto/Setembro de 1960.

Se as misturarmos, a compacidade sobe e a densidade aparente ou baridade também, portanto o sistema não fica em equilíbrio. Com a rotação do moinho, as esferas procuram esse equilíbrio, as maiores, dotadas de maior força viva, expulsam as mais pequenas e ao fim de certo tempo as esferas têm tendência a classificar-se por zonas de igual baridade, portanto de igual diâmetro.

O que se acaba de dizer refere-se ao moinho sem alimentação. Se ela for feita com grãos de clinquer que não excedam em tamanho 1/6 a 1/8 do diâmetro da esfera, as coisas passam-se conforme ficou dito.

Suponhamos agora porém que, por momentos, o tamanho do grão aumentou. As esferas já não podem contactar convenientemente umas com as outras, o interstício das esferas cresceu, como mostra a *Fig. 2*.

Fig. 2

Seja

d a densidade aparente das esferas sem material a moer

d' a densidade aparente das esferas com material a moer

h a altura ocupada pelas esferas sem material a moer

h' a altura ocupada pelas esferas com material a moer

Encontra-se correntemente nessas circunstâncias que

$$\begin{cases} d' = 0{,}6\ d \\ h' = 1{,}1\ h \end{cases}$$

Produzida esta subida de nível, a experiência mostra que as esferas grandes têm tendência, por gravidade, a migrarem para o lado da saída do moinho, onde se vão misturar com as pequenas, que por sua vez são expulsas para o outro lado.

Por medições num moinho de uma câmara com 6 m de comprimento, encontraram-se as seguintes baridades ao fim de 20 minutos após o começo da perturbação, provocada pelo material mais grosso:

$$\begin{array}{ll} \text{Lado da entrada} & \left\{ d'_e = 0{,}9\ d \right. \\ \text{Lado da saída} & \left\{ d'_s = 1{,}1\ d \right. \end{array}$$

Normalizada a alimentação, o equilíbrio volta a estabelecer-se, mas muito lentamente. A deslocação das esferas grandes para a saída, provocada pela perturbação, é muito rápida, faz-se em poucos minutos; a volta à normalidade é muito lenta, cerca de 10 horas. Durante esse período, o rendimento do moinho não é regular. Este facto tem levado a indústria moderna à intercalação de britagens e crivagens convenientes, ou melhor ainda, de moinhos preparadores que garantam alimentação de tamanho conveniente e sobretudo regular do moinho principal.

Cita-se o exemplo de uma central de vapor queimando carvão pulverizado, cujo moinho era alimentado por um triturador. À hora da ponta, se por qualquer motivo a alimentação do moinho estava mais grosseira, o vapor era insuficiente. A intercalação de um crivo, permitindo alimentação com grão menor e regular, resolveu cabalmente o problema.

A auto-classificação dos moentes é muito facilitada pelo moinho cónico americano tipo «Hardinge», que é bem conhecido (*Fig. 3*).

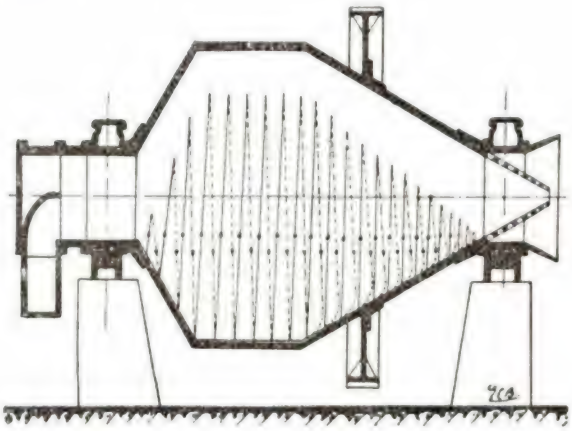


Fig. 3

Na Europa a grande maioria dos moinhos é compartimentada — são os moinhos «compound» de circuito aberto. Na América são quase todos moinhos de câmara única, com alimentação equi-granular e circuito fechado.

Não sendo regular em tamanho a alimentação, os moinhos compartimentados impedem pelo menos até certo ponto a migração das esferas. As divisórias separam as esferas e fazem crivagem entre câmaras, mas prejudicam a evacuação do calor; deve pois haver todo o cuidado em ter os rasgos das divisórias livres de pedaços de corpos moentes, clinquer, etc.

O calor que o cimento leva consigo, que atinge e ultrapassa 100° C e que os grandes silos não evacuam, tem, como é sabido, efeitos nefastos sobre o papel dos sacos de embalagem. Em circuito aberto, o calor é combatido por injecção, no eixo do moinho, de água pulverizada em pequenas doses, — por arrefecimento exterior do corpo do moinho, com água ou então, após a saída, em arrefecedores especialmente construídos para esse fim.

Placas de Moagem

O rendimento tão baixo da moagem tem levado os construtores a procurar melhorá-lo por todos os meios. As placas de moagem têm sido objecto desse estudo, pois tem influência na boa repartição das esferas. Hardinge, com o seu moinho cónico, conseguiu resolver até certo ponto o problema na América. Na Europa o pioneiro foi Slegten, depois Muellhaeuser e Henricot, que procuraram aplicar estes princípios aos moinhos existentes fabricando placas cuja superfície de moenda fosse inclinada em relação ao eixo do moinho. Geram-se assim superfícies cónicas cujos vértices se encontram sobre o eixo do moinho, no sentido da saída; como consequência opera-se uma selecção das esferas, juntam-se as maiores na entrada do moinho e as mais pequenas orientam-se para a saída.

Este tipo de placa é conhecido por placa cónica, e por meio delas tornam-se desnecessárias as divisórias para efeito de selecção de esferas e a ventilação do conjunto ganha muito com essa supressão. Não se julgue no entanto que basta colocar placas destas, indescriminadamente, nos nossos moinhos para logo se conseguirem resultados.

A casa Kloeckner-Werke fez em 1955 um ensaio de aplicação de placas cónicas num moinho preparador de 3,2 ø X 5,5 m. Segundo Mittag esse moinho com placas normais cilíndricas produzia 62 T/h com um motor de 750 Kw.

Após uma marcha já com certa melhoria de rendimento o moinho foi aberto. Verificou-se que as esferas estavam perfeitamente escalonadas, mas a distribuição do material bastante irregular, como a *Fig. 4* indica, com falta notória no começo da câmara e excesso para o centro.

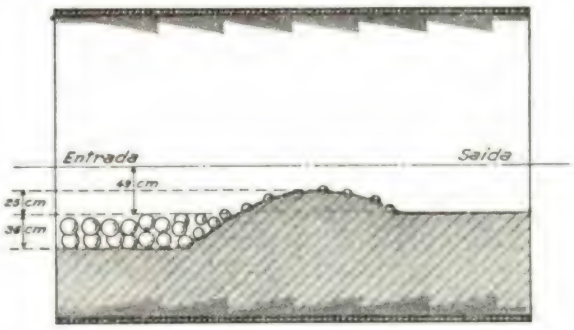


Fig. 4

Parecia querer indicar que as esferas maiores davam despacho excessivo e as médias insuficiente. E assim experimentou-se travar um pouco essa acção, trocando as 3 primeiras fiadas de placas cónicas por placas normais cilíndricas e na realidade acertou-se.

Os resultados estão patentes no quadro II.

Bellwinkel cita, como consequência de uma longa série de ensaios, ser a placa que melhor tem provado a de aço manganés de 12 a 14 % e 1 a 1,5 % de crómio. Esta composição resiste bem aos esforços de choque e martelamento. Montadas no moinho, estas placas com dureza Brinell de 300 atingem, sob a influência do martelamento, durezas de 500 Brinell, o que lhes aumenta fortemente a resistência ao desgaste.

Slegten confirma este ponto de vista, dizendo: o aço de liga de 12 a 14 % de manganés reduz de 50 % o desgaste; o crómio, em proporção de 1,5 % impede que a placa se estenda por martelamento e uma proporção de 0,35 % de silício ainda diminui o desgaste de cerca de 15 %.

Mussgnug, por seu lado, diz que o desgaste das placas depende da moendabilidade do clinquer, da finura à qual se leva o cimento e da qualidade do material das placas. Em ensaios

QUADRO II

Ensaio	I	II	III
Placas	Cilíndricas	Cónicas	Cil. + Con.
Peso das esferas T	40	37	45
Rpm $\frac{32}{\sqrt{D}}$	17,6	16,8	16,8
Kw	690	530	610
Ton/h	62	70	85
Kwh/T	11,1	7,6	7,2
Resíduo a 4900 m/cm²	66 %	69 %	72 %

executados sobre placas de ressaltos de aço manganés, verificou-se que, para boa duração, a existência de uma textura austenítica é essencial. Na composição da placa, as relações Mn C, Mn/Si + C e especialmente a relação Mn Si têm muita importância.

O *quadro III* dá-nos as composições correntes:

Não é raro conseguir-se num moinho de cimento uma duração de placas de 12.000 horas de trabalho. Mas, caso curioso, com tal resistência ao martelamento, estas placas são sensíveis e resistem mal à fricção e escorregamento dos corpos moentes, que se pode dar em moinhos girando em regime de baixo número de rotações.

QUADRO III

	C %	Si %	Mn %	P %	S %	$\frac{Mn}{Si}$	$\frac{Mn}{C}$	$\frac{Mn}{Si + C}$
Gusa cinzenta especial	2,80	1,21	0,76	0,47	0,20	—	—	—
Aço manganés eléctrico 1	1,20	0,34	12,00	0,060	0,010	35,3	10,0	7,8
Aço manganés eléctrico 2	1,02	0,96	11,89	0,083	0,013	12,4	11,7	6,0
Aço manganés a)	1,18	0,56	12,89	0,077	0,010	23,0	10,9	7,4
Aço manganés eléctrico 3	1,20	0,49	13,70	0,083	0,012	27,5	11,4	8,1
Aco manganés b)	0,94	1,03	11,75	0,034	0,022	11,4	12,5	6,0
Aço manganés c)	1,13	0,87	11,95	0,060	0,013	13,8	10,6	6,0
Aço manganés eléctrico 4	1,08	0,56	11,71	0,042	0,012	21,0	10,8	7,2

e a *Fig. 5* dá-nos o desgaste de placas em função da relação $\frac{Mn}{Si}$.

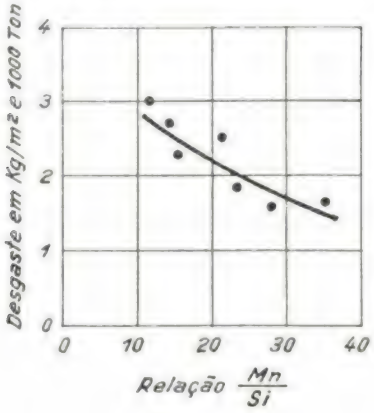


Fig. 5

Os condutores de moinho sabem por experiência que, sobretudo na 1.ª câmara, o som produzido pela queda das esferas deve ser claro e metálico, nunca surdo, que denota ou alimentação forçada ou rotações insuficientes.

O «Folafone» Smidth permite evitar que o som do moinho passe a surdo, cortando a alimentação.

Para evitar esse escorregamento das esferas, sobretudo na 1.ª câmara, utilizam-se placas de ressaltos ou onduladas. O tamanho das esferas é em geral determinado pelo trabalho de fragmentação a realizar, provocado pela força viva da queda da esfera; a dureza e o tamanho da substância a moer determinam a composição da carga.

Na fábrica de Obourg, na Bélgica, está sendo utilizada com excelentes resultados a placa de moenda tipo Henricot (que é lá conhecida pelo nome de «plaque à tétons»). O aspecto dessa placa, é o de uma série de pernes verticais encastrados pela base, como a *Fig. 6* indica. O diâmetro e a distância desses pernes é função do diâmetro da esfera média.

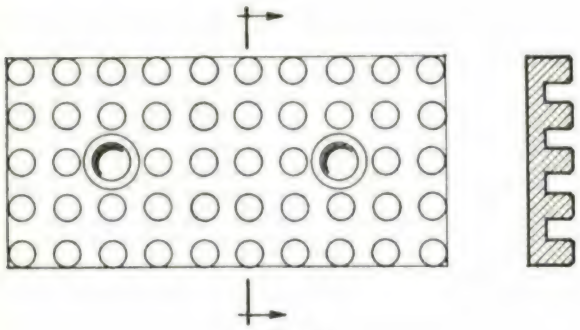


Fig. 6

Com a rotação do moinho, a esfera que se encontrar pousada sobre 4 pernes, só começa a cair desde que a inclinação atinja 35 a 45°; como a força centrífuga actua também sobre a esfera, a deslocagem dá-se sob um ângulo ainda maior, sem perigo de haver fricção. Vê-se daqui que será possível diminuir o número de rotações do moinho, mantendo a mesma eficiência de moenda. A fórmula corrente do número de rotações por minuto dada por $n = \frac{32}{\sqrt{d}}$ pode, com placas Henricot, passar para $n = \frac{26}{\sqrt{d}}$ sendo d o diâmetro interno do moinho.

A especial resistência ao desgaste desta placa provém da sua superfície não ser unida, mas formada pelas cabeças dos pernes, que representam cerca de 60 % da superfície total da placa. São as cabeças que recebem o choque puro dos moentes, sem escorregamento, endurecendo por martelamento ainda mais do que placas de idênticas circunstâncias. Com o martelamento, toda a placa se deforma e encalca, crescendo de encontro às adjacentes, o que ocasiona ruptura dos parafusos de fixação.

Na placa Henricot a distância dos pernes deve ser menor do que o menor diâmetro de esfera.

Utilizando as propriedades selectivas das placas cónicas, a casa Henricot também as constrói desse tipo. Como as esferas grandes são impelidas para a entrada do moinho e as pequenas para a saída, o diâmetro dos pernes e a distância entre si variam ao longo do moinho, como é óbvio.

Segundo informações da fábrica de Obourg, a duração dessas placas já atingiu e ultrapassou 30.000 horas, ou seja 2,5 vezes a duração da placa normal.

A instalação de Obourg compõe-se de 2 moinhos preparadores ou primários de 3,7 ø × 4,5 m e 4 acabadores de 2,4 ø × 12,6 m, estes em circuito fechado com separadores Sturtevant. Todos os moinhos estão revestidos de placas Henricot. Os primeiros produzem cada um 122 T/h em grão de 3 mm e os secundários 55 T/h a uma média de 2.640 Blaine. A potência instalada é de respectivamente 850 e 750 Kw por moinho, havendo a acrescentar as potências instaladas nos elevadores e separadores. Os moinhos afinadores são completamente revestidos com placas Henricot, bem como os preparadores. Os moinhos secundários de 2,4 ø trabalham a 17 rpm com som de martelamento bem claro. O desgaste é da ordem de 100 gr/m² e 1000 T. A temperatura média do cimento à saída dos moinhos é de 70° C.

Outros exemplos são citados por Mittag, desta vez com placas cónicas Muehlhaeuser, sobre ensaios realizados em 3 fábricas alemãs, uma no norte, uma no centro e outra no sul.

Fábrica A — Num moinho Compound de 2,4 ø × × 14 m em que a 1.ª câmara estava revestida com placas de ressaltos, foram substituídas na câmara fina as placas normais cilíndricas por placas cónicas. Ao fim de um ano a moer cimento normal e cimentos metalúrgicos os resultados foram os indicados no *Quadro IV*.

Fábrica B — Compunha-se de moinho primário que alimentava um secundário de 2,4 ø × 14 m com clinquer deixando um resíduo de 75 % ao peneiro de 900 malhas/cm²; em ambos, as placas cilíndricas foram substituídas por cónicas. Na instalação foram moídos cimento normal tipo Z 275 e especial Z 375, com os resultados que o *Quadro V* apresenta.

Fábrica C — Moinho de 2,20 ø × 13 m de 3 câmaras.

Foi retirada a divisória da 2.ª para a 3.ª câmara e as placas normais cilíndricas substituídas por placas cónicas. Os resultados constam do *Quadro VI*.

QUADRO IV

Placas	Cimento Normal		Cimento Metalúrgico	
	Cilíndricas	Cónicas	Cilíndricas	Cónicas
Ton/hora	20,8	24,6	21,8	25,6
Blaine cm^2/gr	3069	3030	2908	2979
Kw	791	765	791	765
Kwh/Ton	38	31	36,5	30

Moinho Compound 2,4 ø × 14 m

QUADRO V

Placas		Cimento Normal Z 275		Cimento Especial Z 375	
		Cilíndricas	Cónicas	Cilíndricas	Cónicas
Ton/hora		30,2	29,0	20,3	19,6
Kw		575	566	560	533
Kw/Ton	Primário	11,1	7,1	11,1	7,1
	Secundário	19,0	19,5	27,6	28,2
	Total	30,1	26,6	38,7	35,3
Blaine cm^2/gr		—	—	3100	3350

Moinhos: Primário 3,2 ø × 5,4 m + Secundário 2,4 ø × 14 m

QUADRO VI

Placas	Cimento Normal Z 275		Cimento Especial Z 375	
	Cilíndricas	Cónicas	Cilíndricas	Cónicas
Ton hora	17,2	19,4	10,2	11,0
Resíduos a 4900 m/cm^2 %	14,4	13,7	4,0	4,3
Kw	432	462	432	462
Kwh Ton	25,1	23,9	42,5	39,7

Moinho compound 2,20 ø × 13 m

De uma maneira geral, esta série de ensaios mostra que as placas cónicas melhoram o rendimento de cerca de 10 %.

Kraus apresenta um ensaio feito com placas cilíndricas normais, mas em vez de as montar alinhadas, segundo a geratriz, montou-se em quinconces como a *Fig. 7* indica. Informa que obteve maior duração, menos parafusos partidos e melhor rendimento de moagem (cerca de 5 %). Também apresenta um caso curioso com um moinho de 2 câmaras de 2,8 ø × 5,7 m. A esse moinho foi tirada a divisória, montando-se placas vulgares no seu sítio; a 1.ª câmara tinha placas vulgares também, e as da 2.ª tinham ressaltos. As esferas foram lançadas para dentro pelos 2 buracos de visita e ao fim de pouco

tempo de marcha, verificou-se quebra de rendimento, que foi atribuído a falta de esferas. Ao abrir as tampas do moinho, constatou-se que as

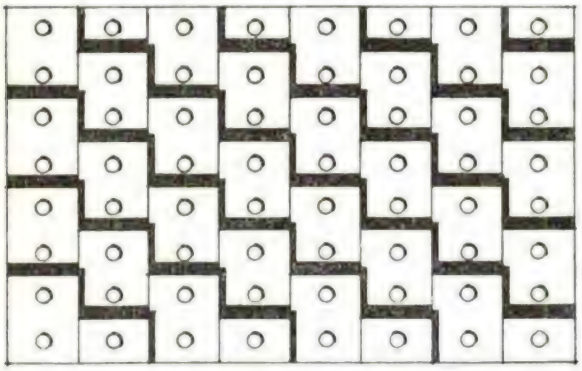


Fig. 7

esferas grandes estavam do lado da saída e as pequenas do lado da entrada. Foram trocadas as placas e passadas para a entrada as de ressaltos. Lançados os moentes a granel para o moinho e passados poucos dias o rendimento melhorou, tanto em produção como em finura; a classificação das esferas por tamanhos tinha-se realizado.

No prosseguimento deste ensaio, verificou-se que as placas de ressaltos eram mais macias que as outras. Com o martelamento das esferas grandes, estenderam e partiram bastantes parafusos. Alguém teve a ideia, por falta de placas de ressaltos, de montar as placas normais em escada, ao contrário, tendo-se verificado que elas passaram a trabalhar como autênticas placas de ressalto, com idêntico resultado.

Desgaste de Placas

Slegten indica desgastes de placas nos moinhos de cimento entre 30 e 160 gr/T, sendo os valores mais elevados relativos aos moinhos que moem escória de alto forno.

Uma bateria de 7 moinhos de 2,00 ø × 12 m consumiu em 7 anos uma média geral de 65 gr/T ou 304 gr/m² e 1000 T. Melhorada a composição do aço, conseguiu reduzir-se na mesma instalação o desgaste para metade. Em outra instalação com moinhos primários e secundários, os desgastes foram respectivamente 105 e 435 gr/m² e 1000 T.

Todas estas cifras de desgaste tem um significado pouco real se não forem ligadas à nova superfície específica criada e essa é função da

Moendabilidade

A maior ou menor resistência à trituração de um clinquer (a «grindability» dos ingleses ou a «broyabilité» dos franceses) pode ser medida e o mercado dispõe de aparelhos desses. Há toda a vantagem em a conhecer, pois é possível conjugar a condução dos fornos rotativos com o resultado do ensaio de moendabilidade.

Bellwinkel relata que numa mesma fábrica e no mesmo dia foram encontradas diferenças da ordem de 30 %. Isso permitiu, após estudo e sem quebra da qualidade do clinquer e das resistências do cimento, conseguir uma melhoria no grau de moendabilidade, traduzida numa apreciável redução no consumo de força motriz e no desgaste de moentes e placas. O desgaste de placas está pois intimamente ligado ao coeficiente de moendabilidade do clinquer.

Em clinquer de várias proveniências, encontram-se neste ensaio diferenças de 100 %, havendo uns cuja moagem grosseira se faz fàcilmente mas com afinação dificultosa e outros em que se dá o inverso. Daí o interesse de conhecer a moendabilidade de todas as substâncias que uma fábrica tem para moer, crú, carvão, clinquer, escória, etc., quando se projectam novas instalações, ampliações e assim determinar a priori, tanto quanto possível, o tipo de moinho mais conveniente e as suas características.

A Operação da Moagem

O rendimento da moagem varia, como se viu, com o tamanho do clinquer e com a sua moendabilidade; esta por sua vez depende do grau e intensidade da cozedura, traduzida em parte pelo valor do peso do litro (que indica maior ou menor percentagem de fundentes, temperatura do forno, comprimento da zona de cozedura etc.), da dureza, da maior ou menor porosidade, da composição química e do processo de arrefecimento do clinquer.

Por outro lado, o rendimento da moagem é inversamente proporcional ao grau de finura que se pretende atingir.

No que respeita ao tamanho do clinquer para a alimentação, quanto mais pequeno melhor. Em geral os moinhos compounds correntes de 1800 a 2400 mm ø não devem ser alimentados com grão superior a 30 mm, pois a altura de

queda das esferas não é suficiente para lhe comunicar a força viva necessária e o rendimento ressente-se disso. Para esses casos, instale-se uma trituração preliminar ou um moinho primário de diâmetro entre 2800 e 3500 mm.

Modernamente já se constroem moinhos compounds até 3600 de ø. Na América o tamanho corrente do clinquer na alimentação do moinho secundário é o que passa ao peneiro de 1 4". Em Obourg, na Bélgica, a alimentação é feita a 3 mm.

Quanto ao número de rotações, para moinhos com placas normais lisas, a velocidade crítica é dada pela fórmula $n = \frac{42,3}{\sqrt{D}}$ e a velocidade de rotação mais conveniente é dada, segundo Anselm, em percentagem dessa velocidade crítica conforme indica o *Quadro VII*.

O *Quadro VIII* põe esse facto em evidência.

Na granulometria, o cimento não deve ser uniforme, deve ser variado; as maiores resistências são obtidas com partículas entre 5 e 35 microns.

O moinho corrente para cimento normal fornece grãos entre 0 e 200 microns. O grão superior a 40 microns não é já componente de actividade imediata para o cimento; concorre para o aumento de resistência a longo prazo.

O grão inferior a 7 microns concorre muito para a retracção e para baixo de 5 microns o o seu valor hidráulico é muito reduzido. Quando a finura aumenta para além destes limites, aumenta-se sim a superfície específica, sem que as resistências cresçam. É pois uma finura improdutiva e dispendiosa. Consta que os japoneses,

QUADRO VII

Velocidade de rotação dos moinhos

Velocidade crítica	$n = \frac{42,3}{\sqrt{D}}$
Moinhos preparadores	70 % da velocidade crítica
» acabadores	64 % » » »
» compound	67 % » » »
» circuito fechado	70 % » » »

QUADRO VIII

Produção de superfície específica em função do n.º de rot/min

A 85 % da sua velocidade crítica	230 milhões de cm²/kWh
» 70 % » » » »	302 » » » »
» 48 % » » » »	265 » » » »

Produção de superfície específica em função do grau de enchimento

Com 22,5 % de enchimento atingem-se	292 milhões de cm²/kWh
» 30 % » » »	302 » » » »
» 37,5 % » » »	251 » » » »

Slegten diz que o número de rotações do moinho tem influência na produção de superfície específica, bem como o grau de enchimento de corpos moentes.

no novo Caderno de Encargos que está para sair, vão proibir finuras inferiores a 1 % de resíduo a 4900 m/cm².

Também essa moagem prolongada dá origem

à formação de «plaquettes» que forram os corpos moentes, almofadando-os e impedindo moagem efectiva.

Tanto o moinho compound em circuito aberto, que moe bastante acima e abaixo do tamanho ideal, como o moinho com selector, que tende para a obtenção de grão uniforme no circuito fechado, têm seus inconvenientes.

O moinho ideal não existe ainda e portanto a solução deve ser procurada utilizando as vantagens de ambos os sistemas, eliminando os seus inconvenientes.

Comparando dois moinhos semelhantes, um em circuito aberto e outro em circuito fechado, não nos podemos limitar a comparar superfícies específicas Blaine; devemos igualmente comparar os resíduos nos peneiros e as resistências, pois a relação «Resíduos/Blaine» varia do circuito aberto para o fechado.

Boerner apresenta-nos o gráfico seguinte, *Fig 8* Verifica-se que para o mesmo Blaine, o circuito fechado apresenta uma diferença nos resíduos para menos, de 2 % no peneiro de 10.000 m/cm². O cimento de circuito aberto possui em geral mais finos do que o de circuito fechado, em concordância com o Blaine, mas as resistências não sobem correlativamente. Portanto não se devem comparar só superfícies específicas, mas sim superfícies específicas equivalentes em resistência.

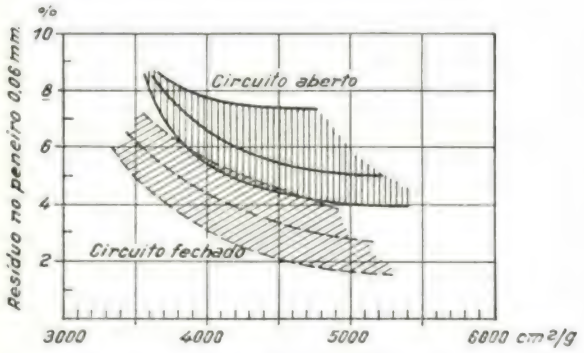


Fig. 8

O excedente de finura aumenta, como vimos, as retracções, portanto há maior tendência para a fissuração. Por esse facto, na Alemanha, dá-se mais importância a esse pormenor do que à expansibilidade (ensaio de autoclave).

As auto-estradas alemães, construídas com cimentos mais grosseiros, comportaram-se, sob o ponto de vista da fissuração, melhor que as americanas, que utilizaram cimentos mais finamente moídos.

Da comparação, durante vários anos na fábrica de Watenstedt, de 2 moinhos produzindo cimento de escórias, um em circuito aberto e outro em circuito fechado, tirou Boerner as seguintes conclusões:

1.º) — Para as mesmas resistências finais do cimento de escórias, num moinho em circuito aberto, a superfície específica terá de ser levada 350 cm² mais longe do que em circuito fechado, o que pode representar 5 a 6 kWh/T, devido a haver no circuito aberto excesso de grãos abaixo de 5 microns.

2.º) — O moinho em circuito aberto moe demasiado fino a parte do material mais fácil de moer, em geral a de menor valor; no caso do circuito fechado, o separador elimina-o.

3.º) — A montagem em circuito fechado é mais económica em força, esferas e placas.

4.º) — A temperatura do cimento moído em circuito fechado é mais baixa que em circuito aberto.

Neste ensaio era utilizada escória granulada de diferentes procedências, com moendabilidade bastante variável, sendo uma branda (500 a 700 gr/litro), outra média (700 a 900 gr/l) e outra dura (900 a 1000 gr/l), e o clinquer também apresentava irregularidades. Quanto menor era a diferença das moendabilidades entre o clinquer e a escória, tanto menor era a diferença nos rendimentos entre o circuito aberto e o fechado e inversamente, quanto maiores eram as diferenças, maior era a vantagem do circuito fechado.

Outros ensaios de moagem

Pela Associação Alemã dos Fabricantes de Cimento Portland foi realizado um estudo de racionalização da moagem do cimento; esse ensaio estendeu-se a 50 fábricas.

Naquele país, tanto os cimentos Portland como os metalúrgicos apresentam-se em 3 classes, indicando o número de cada um a resistência à

compressão a 28 dias. A média do seu consumo nestes últimos anos foi a seguinte:

Cimento Normal Z 275	. . . 75 %	do consumo
Cimento Especial Z 375	. . . 23 %	» »
Super-Cimento Z 475	. . . 2 %	» »

É evidente que a racionalização deve começar com a produção do normal, cujas finuras se situam entre 2600 e 3000 Blaine.

Bellwinkel relatou as conclusões desse estudo, que são as seguintes:

1.° — As grandes unidades de moagem possuem em geral rendimentos de 10 a 15 % superiores aos dos moinhos pequenos.

2.° — Até 35 T/h, com alimentação regular e clinquer de dimensão inferior a 30 mm, o moinho de circuito aberto é defensável para finuras até 3500 Blaine. Para finuras maiores e rendimentos superiores, o circuito fechado impõe-se.

3.° — Para moer cimentos de finuras variáveis, deve utilizar-se o circuito fechado.

4.°) — Para moer substâncias de durezas diferentes, o circuito fechado é preferível.

5.°) — No que respeita a força motriz, o consumo específico de energia para o mesmo Blaine em circuito aberto e fechado, não apresenta diferença nítida.

Os maiores moinhos compounds construídos até há poucos anos eram de 2,60 ø × 15 m e a unidade mais corrente nos tempos modernos era de 2,40 ø × 14 m. No entanto a revista Rock Products de Julho passado menciona a Dundee Cement Co. que acabou de instalar um moinho de cimento de 2 compartimentos de 12′ × 36′ (3,60 ø × 10,8 m) acoplado a motor de 2500 cv; circuito fechado na 1.ª e 2.ª câmaras, arrefecimento interno por pulverização de água. Fornecido pela casa Smidth.

A pulverização d'água parece dificultar a formação das plaquettes.

As instalações «Concentra» têm estado a dar excelentes provas com reduções de cerca de 20 % na força motriz consumida pela 3.ª câmara. (Vide *Fig. 9*).

O mesmo se diz das placas cónicas auto-classificadoras. Não basta, porém, esta auto-classificação; é necessário que ao longo do moinho as relações entre as superfícies específicas do moente e da substância moída estejam em correspondência, pois assim o trabalho útil é maior, a elevação de temperatura menor, a progressão da moagem faz-se correctamente e as esferas ou cylpebs têm menos tendência a se almofadarem, com o excesso de finos. Isto é sobretudo aplicável às grandes finuras de 3500 Blaine para cima, pois doutra forma a energia de queda dos moentes é transformada em calor e não em trabalho útil de trituração.

Moinho Concentra

Fig. 9

Por esta razão não é conveniente, num moinho preparado para moagem corrente, querer fabricar econòmicamente cimentos muito finos sem alterar as cargas e as dimensões dos moentes. Um moinho preparado para moer cimento normal, falha quando se lhe exigem grandes finuras.

Da maior importância é a regularidade de alimentação em tamanho e quantidade, utilizando os novos aparelhos doseadores.

Para se conhecerem convenientemente as condições de trabalho dos moinhos, é de aconselhar que se façam determinações da moendabilidade no clinquer no aparelho especial, que nos indica o trabalho realizado na obtenção da finura. Esse trabalho será expresso em milhões de cm^2 por kWh ($cm^2 . 10^6$/kWh). Seja ele *a*.

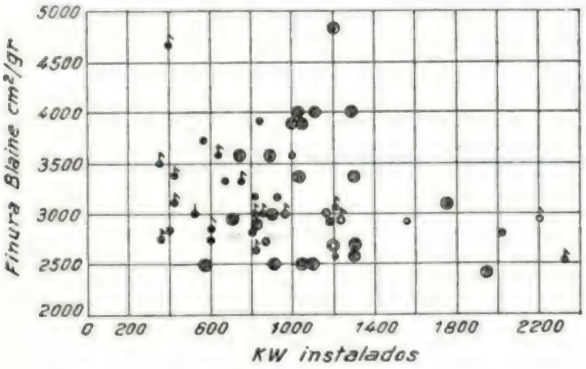
No controle do trabalho do moinho pode achar-se o mesmo coeficiente, conhecendo a superfície específica do cimento e o consumo de energia. Seja ele *a′*.

Se $\frac{a}{a'} > 1$ o moinho está a trabalhar bem.

$\frac{a}{a'} < 1$ o moinho não está a trabalhar bem.

Estão sendo modernizadas muitas instalações, colocando antes dos moinhos antigos, moinhos primários de grande diâmetro, que trituram o

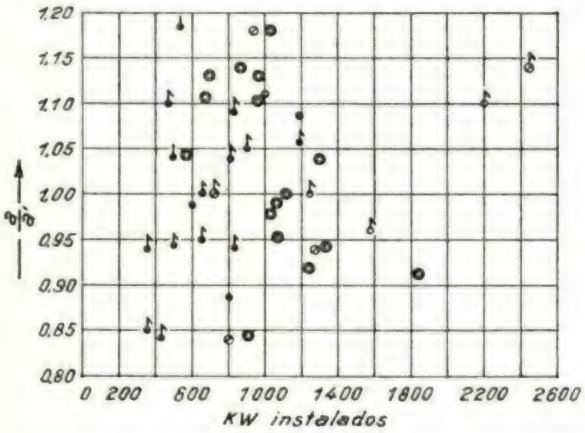
clinquer até resíduo de 75 % a 900 malhas, sendo em várias instalações equipadas com placas cónicas os moinhos secundários. No conjunto a economia de força motriz é apreciável.



• Moinho Compound
⊙ Moinho de circuito fechado.
∘ Moinho preparador e acabador.
⊙ Moinho com separador de ar.
ᚠ Moinho com placas cónicas.
ı Moinho com câmara Concentra.

Fig. 10

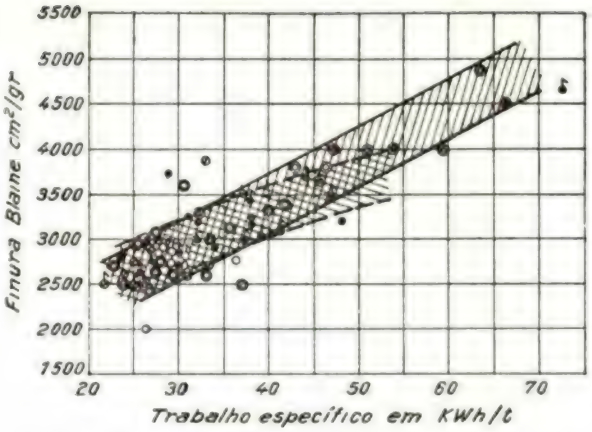
A *Fig. 10* apresenta, segundo *Bellwinkel*, resultados obtidos pelos 50 moinhos ensaiados, onde se podem ver as tendências actuais.



• Moinho Compound
⊙ Moinho de circuito fechado.
∘ Moinho preparador e acabador.
⊙ Moinho com separador de ar.
ᚠ Moinho com placas cónicas.
ı Moinho com câmara Concentra.

Fig. 11

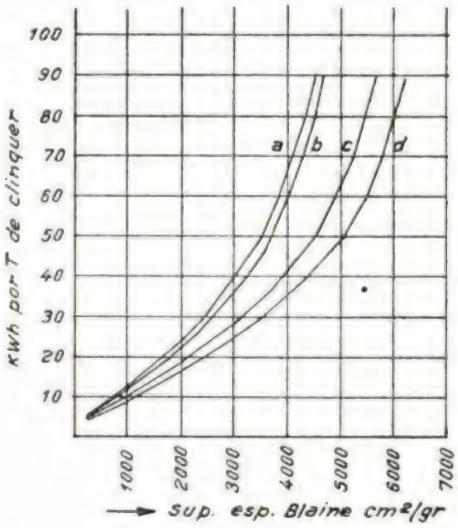
A *Fig. 11* apresenta um gráfico semelhante, associado ao ensaio de moendabilidade. Veja-se que a maioria dos moinhos compound, com bons rendimentos, instalaram placas cónicas.



• Moinho Compound
⊙ Moinho de circuito fechado.
∘ Moinho preparador e acabador
⊙ Moinho com separador de ar.
ᚠ Moinho com placas cónicas.
ı Moinho com câmara Concentra.

Fig. 12

Finalmente a *Fig. 12* mostra bem que para as grandes finuras os moinhos em circuito fechado constituem a forte maioria.



a = Moinho circuito aberto
b = " " " + 1 separador
c = " 2 camaras, circuito fechado
d = " 3 " , 3 circuitos fechados

Fig. 13

No que respeita ao consumo de energia, relacionado com a finura, utilizando circuito aberto e fechado, o diagrama de Bomke mostra-nos os resultados a que se tem chegado (*Fig. 13*).

Conclusão

No intuito de reduzir os custos da moagem do clinquer, tem-se procurado racionalizar esta operação, por melhor escalonamento dos corpos moentes em relação ao estado de fragmentação em que se encontra a substância a moer ao longo do moinho.

Deve distinguir-se a produção, em massa, do cimento corrente até uma finura de 3000 cm^2/gr Blaine — que na Europa se faz mais em circuito aberto e na América em circuito fechado — da produção de cimentos muito finos em que o circuito fechado é mais racional e económico.

BIBLIOGRAFIA

BÖRNER — Sichter oder Verbundmühlen.
Revista Zement-Kalk-Gips (Z K G) — Abril 1956.

BELLWINKEL — Neuzeitliche Mahlanlagen.
Revista Z K G — Dezembro 1952 e Janeiro 1959.

KRAUS — Verbesserte Mühlenpanzerungen.
Revista Z K G — Outubro 1952.

SLEGTEN — Kugelmühen Probleme.
Revista Z K G — Junho 1954.

ANSELM — Stand der Zementmahlung.
Revista Z K G — Fevereiro 1956.

MITTAG — Mühlhäuser platten in Rohrmühlen.
Revista Z K G — Maio 1956.

BOMKE — Kohlen und Zement.
Edição 1958 — Bauverlag Wiesbaden.

SUMMARY

The efficiency of the grinding operation in ball-mills in general and of the cement grinding in particular, is extremly low, about 1 %. The other 99 % are lost under the form of inoperating shocks and frictions, devolopping big quantities of heat that warm up mills and balls. Every step that may increase efficiency of these ball-mills in welcome.

Some particulars are given over the size of the substance to be ground and of the grinding media, form of the mill-plates and composition of steel used, their wear in function of the material-grindability. The best mill-revolution speed in relation to the critical speed; suggestions over the most efficient fineness for cement. Open and closed circuit mills, their advantages.

BIBLIOTECA
FICHEIRO

Classificadores responsáveis:

José Fernando Pinharanda, João Carvalho Marques, António Pires Carreto, José Manuel Gonçalves, Alberto Romão Dias e Rui Rocha Santos

---

Recortar as indicações bibliográficas que formam uma ficha e estão encimadas por CDU (Classificação Decimal Universal).

Colar cada referência num pequeno rectângulo de cartolina de 75 × 125 mm.

Ordenar pelos índices decimais, *começando da esquerda para a direita,* independentemente do número de algarismos que o índice contiver, e respeitando a seguinte regra de arrumação dos sinais auxiliares:

+ / n.os simples : [ ] = (01/09) (1/9) (=) " "A/Z — .0 .00

Consultar, em casos duvidosos, a exemplificação inserida na «Técnica» n.º 218 e seguintes, ou recorrer à Biblioteca da A. E. I. S. T.

Notar que a inserção das fichas nesta publicação respeita a ordem correcta, no intuito de a esclarecer o mais possível.

A comodidade de possuir no próprio local de trabalho um arquivo ordenado e de fácil consulta sobre assuntos que se sabe onde existem, é uma das evidentes vantagens de um ficheiro classificado segundo a CDU.

Os assuntos de que estas fichas são referência ficam patentes à consulta a partir desta data.

ARTIGOS DE REVISTAS

C. D. U. 538.51

Ideas sobre la determinación de curvas de demanda y algunas de sus aplicaciones — *José M. Beascoechea.*
Rev. Ind. y Fabril, vol. 14, n.º 151, pág. 188-191.

C. D. U. 338.51 : 380.11

Elementos para estabelecer una política de precios y el regimen de producción de una empresa con cartera de pedidos — *J. M. Beascoecha.*
Dyna, 7-960, vol. 35, n.º 7, pág. 516-518.

C. D. U. 380.113 : 338.51

Analyse de la demande (I Parte) — *René Roy.*
Economia e Finanças, 1961, vol. 28, n.º 1, pág. 180-232.

C. D. U. 512.94

Problemas fundamentais da teoria da aproximação funcional (conclusão) — *Luis G. M. de Albuquerque.*
Gazeta de Matemática, 9/12-958, vol. 19, n.º 72-73, pág. 12-16.
9 ref. bibliog.

C. D. U. 512.974

Extensão do corpo de um espaço vectorial — *Gameiro Pais.*
Ciência (A. E. F. C. L.), 1958-59, vol. 11, n.º 15/16, pág. 67-70.

C. D. U. 513.814

On the transformation T of congruences and the definition of a stratifiability of a pair of congruences — *Froim Marcus.*
Bul. Inst. Politehnic din Iasi, 1959, vol. V (IX), n.º 1-2, pág. 5-12.

C. D. U. 514.1

Uma definição das funções trigonométricas — *Al. Climescu.*
Bul. Inst. Polit. din Iasi (Jassy), 1959, vol. V (IX), n.º 3-4, pág. 35-38.

C. D. U. 517.521.2

Sobre o critério de V. P. Ermakoff de convergência e divergência de séries de termos positivos (em russo, resumos em francês e romeno) — *V. A. Zmorovitch.*
Bul. Inst. Politehnic de Jassy, 1959, vol. V (IX), n.º 3-4, pág. 5-8.

C. D. U. 517.92

On the continuation of solutions of non linear differential equations — *B. Viswanatham.*
Bul. Inst. Politchnic de Jassy, 1959, vol. V (IX), n.º 3-4, pág. 25-28.

C. D. U. 517.949 : 624.074.2

Aplicação das Técnicas de Diferenças finitas no estudo das Barragens e das cascas — *O. C. Zieukiewicz.*
Electricidade, 4/6-960, n.º 14, pág. 155-168.

Guia de Análise Química das Águas

(Potáveis, Minerais e para a Indústria)

POR

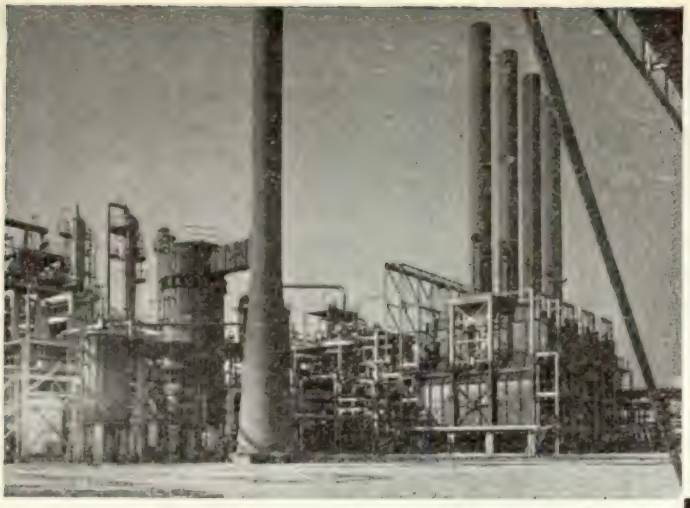
A. Herculano de Carvalho

Professor do Instituto Superior Técnico
e do Instituto de Hidrologia de Lisboa

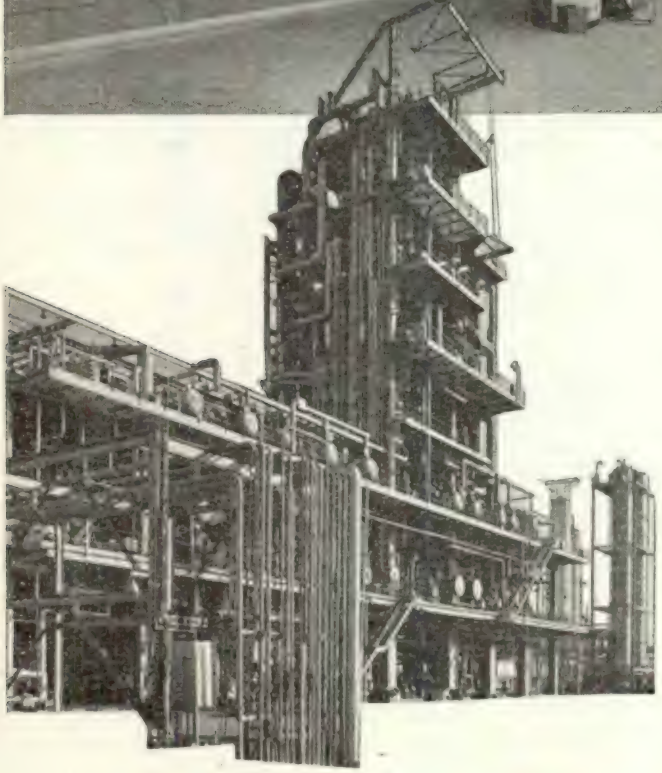
PREÇO 90$00

Pedidos à «Técnica»

Desconto 10 % aos assinantes



NOVA UNIDADE DE ETILENO EM FUNCIONAMENTO DA SHELL CHEMICAL COMPANY EM CARRINGTON, INGLATERRA



Acaba de ser posta em funcionamento a nova Unidade de Etileno da Shell Chemical Company Ltd., em Carrington, Inglaterra. Esta unidade foi construída para a Shell pela Kellogg International Corporation de Londres. Destina-se a produzir anualmente 55.000 toneladas de Etileno proveniente de um alimentador directo de nafta.

Além de produtos de Etileno de elevada pureza, a nova unidade produz gasolina debutanizada, óleo combustível, um produto Butadieno/Butileno, com Propileno e Etano, e mais um gás de refinaria para combustível.

A nafta é fraccionada em fornos de separação a vapor Kellogg usando um vapor muito baixo à raiz de nafta para obtenção do melhor rendimento a custo mínimo de operação. Para que a economia do processo de operar seja ainda maior, o efluente dos fornos separadores é temperado e subsequentemente lavado com gasoil para remover polímeros e sólidos misturados. É utilizado intercâmbio de calor para gerar vapor a pressão média. Após separação dos produtos pesados, o gás remanente é sujeito a lavagem com água e soda cáustica, secagem, e remoção de acetilene, antes de passar à secção de separação a baixa temperatura, para recobragem de Etileno e outras fracções.

A refrigeração é feita usando Etileno e Propileno como refrigerantes, com três níveis de temperatura em cada um dos casos, sendo o mais baixo a 150°F. Obtém-se um maior grau de arrefecimento utilizando o efeito Joule-Thompson no Demetanizador. É empregado um sistema de intercâmbio de calor extensivo para manter a carga de refrigeração a um mínimo e assim manter baixo o custo de operação.

A Unidade No. II de Carrington é a primeira construída para a Shell pela Kellogg International Corporation no Reino-Unido. A Kellogg International Corporation forneceu serviços completos abrangendo todos os aspectos de esquema do processo, engenharia, aquisição e construção, juntamente com uma equipa de operadores para o programa ser posto em execução.

KELLOGG

KELLOGG INTERNATIONAL CORPORATION

KELLOGG HOUSE · 7-10 CHANDOS STREET · CAVENDISH SQUARE · LONDON W.1

SOCIETE KELLOGG · *PARIS* · THE CANADIAN KELLOGG COMPANY LTD · *TORONTO*
KELLOGG PAN AMERICAN CORPORATION · *BUENOS AIRES* · COMPANHIA KELLOGG BRASILEIRA
RIO DE JANEIRO · COMPAÑIA KELLOGG DE VENEZUELA · *CARACAS*
Subsidiárias de THE M. W. KELLOGG COMPANY NOVA IORQUE

C. D. U. 518.5 : 621.389

Los métodos analogicos. Notas para un experimental gabinete de automatismos — *Frnncisco Javier Escudero.*

Dyna, 10-960, vol. 35, n.º 10, pág. 724-756.

C. D. U. 532.525 : 532.55

La dissipation d'énergie d'un jet circulaire submergé dans l'eau — *N. S. G. Rao, K. Seetharamaiah* e *N. V. C. Swamy.*

La Houille Blanche, 1960, n.º 6, pág. 704-713.

C. D. U. 532.595

De la stabilité hydraulique des chambres d'équilibre das certanis cas complexes — *P. Kaïchev.*

La Houille Blanche, 1960, n.º 6, pág. 678-689.

C. D. U. 532.576

Ábaco para utilização da fórmula de Colebrook — *M. Bardin.*

Rev. Sind. Nac. Eng. Aux. Ag. Tec. Eng. e Cond., 7-960, vol. 15, n.º 3, pág. 151-160.

C. D. U. 539.411

Constructional method to determine the coefficients figuring in the stress-formula for eccentric loading — *P. Ksonka.*

Acta Technica Acad. Scient. Hungaricae, 1959, vol. 26, n.º 3-4, pág. 417-422.

C. D. U. 539.413 : 534.14

Vibraciones de flexión de una viga. Cálculo numérico de la frecuencia natural primera — *Horacio G. Reggini.*

Ciencia y Tecnica, 3/4-959, vol. 127, n.º 637, pág. 101 a 111.

C. D. U. 546.18.17

Les dérivés phosphonitriliques — *N. L. Paddock.*

Endeavour, 7-960, vol. 19, n.º 75, pág. 134-141.

36 ref. bibliog.

C. D. U. 550.83.001.9

Problemas de cálculo en exploración geofísica — *Raoul Vajk.*

Ciencia y Tecnica, 1/2-960, vol. 129, n.º 646, pág. 30-36.

C. D. U. 551.578.9 : 552.6

L'Accroissement de la matière cosmique sur la Terre — *H. Pettersson.*

Endeavour, 7-960, vol. 19, n.º 75, pág. 142-146.

24 ref. bibliog.

C. D. U. 552.322.5 (469.121.24)

Um lamprófiro com hornebelenda e biotite da Póvoa do Varzim — *Miguel Montenegro de Andrade.*

Est. Not. Trab. S. F. M., vol. 14, n.º 1-2, pág. 49-56.

C. D. U. 552.525

Electron microscope investigation of hungarian Kaolinites — *K. Árkosi ; J. Barna.*

Acta Technica Acad. Scient. Hungaricae, 1959, vol. 26, n.º 3-4, pág. 356-364.

C. D. U. 553.98 (661)

El petróleo y el gas natural del Sáhara francês. Investigaciones en el Sáhara español — *Luis Maria Checa.*

Dyna, 9-960, vol. 35, n.º 9, pág. 680-691.

C. D. U. 621.039 : 621.311.2

Frais de construction de centrales nucléaires et prix de l'énergie — *André Gardel.*

Bul. Tech. de la Suisse Romand, 27-8-960, vol. 86, n.º 18, pág. 297-302.

C. D. U. 621.183

The development of Remote Fuel Burner Control and Flame Protective Systems — *Juan Dunn.*

Combustion, 9-960, vol. 32, n.º 3, pág. 46-49.

C. D. U. 621.29.001.57 : 627.82

Estudo em Modelo Reduzido dos Orgãos Hidráulicos do Aproveitamento do Salto-Funil (Brasil) — *F. M. Abecasis e F. Oliveira Lemos.*

Electricidade, 7/9-960, n.º 15, pág. 322-327.

C. D. U. 621.311 + 66.002/69.002 (81)

Energia Eléctrica e Desenvolvimento Industrial no Brasil — *Mário Savelli.*

Electricidade, 7/9-960, n.º 15, pág. 261-276.

C. D. U. 621.311 (469)

Distribuição da Energia Electrica em Portugal — *António M. da Silva Salta.*

Electricidade, 1/3-960, n.º 13, pág. 41-43.

C. D. U. 621.311.21 (62)

Une centrale hydraulique pour une puissance maxima de 1000 MW en point — *Otto K. M. Uitting.*

Revue Siemens 19 (1961), pág. 1-7, 7 figs., 1 tabela, bibliog.

C. D. U. 621.311.21 (62)

A Hydroelectric Power Station for a Peak Load of 1,000 MW — *Otto K. M. Uitting.*

Siemens Review XXVII (1960), pág. 315-321, 7 figs., 1 tabela, bibliog.

C. D. U. 621.311.21 (679)

La centrale hydro-électrique Mavusi au Mozambique *Karlheinz Junker.*

Revue Siemens 18 (1960), pág. 281-284, 3 figuras.

C. D. U. 621.311.21 (71) : 621.313.322-82

The Rapid Blanc Power-station, Canada — *Garmo, R.*

Asea Journal 33 (1960) : 3, pág. 40-42.

Servindo a INDÚSTRIA

NA LUBRIFICAÇÃO DE TODOS
OS SISTEMAS DE ENGRENAGENS

LUBRIFICANTES

Sonap

C. D. U. 621.311.21 (81)

A Usina Hidroelétrica de Paulo Afonso — *Octávio M. Ferraz.*

Electricidade, 7/9-960, n.º 15, pág. 296-305.

C. D. U. 621.315.3

PVC Insulation Cooling During Manufacture — *G. G. Buhmann.*

SEL-Nachr. 7 (1959), n.º 2, pág. 93-96.

C. D. U. 621.315.616.96 : 679.5 : 621-3.027.3

Les Résines «Epoxydes» dans L'Appareillage à Haute--Tension — *V. Delevoy, F. Cassallette, A. Guillaume.*

ACEC Revue, 1960, n.º 1, pág. 21-28.

C. D. U. 621.315.622.3

Les nouveaux isolateurs Siemens type Langstab — *Theodor Wittenzellner.*

Revue Siemens, 18 (1960), pág. 329-332, 1 figura, 3 tabelas.

C. D. U. 621.315.66

Estruturas suportes flexíveis, de linhas de transmissão, em concreto armado — *Amaury Alves Menezes.*

Rev. Clube Engenharia, 7-960, n.º 287, pág. 17-23.

C. D. U. 621.316.364

L-System 250 — a New Plug-in Busway System — *Petter Lenhart.*

Siemens Review, XXVIII (1961) pág. 15-17, 3 figs., 1 tabela.

C. D. U. 621.316.545

Sectionneurs du type pantographe pour 245 et 420 kV — *Schneider, J.*

Rev. Brown Boveri, t. 46 (1959), n.º 9, pág. 490-496, 7 figuras.

C. D. U. 621.317.023 : 621.372.824 : 621.3.029.64

Measuring Small Reflection Coefficients of Coaxial Components — *H. Berner.*

SEL-Nachr. 8 (1960), n.º 2, pág. 71-76.

C. D. U. 621.317 14

Sweep Generators for Microwave Range 0.45 to 8.5 (9.1) Gc — *Albert Kriegeskotten-Thiede, Walter Mühlberger and Herbert Wilke.*

Siemens Review XXVII (1960), pág. 346-348, 3 fig., 1 tabela.

C. D. U. 621.331 : 622.69

L'Électrification des Voies de Surface des Charbonnages de Houthalen — *V. H. Lejong, P. P. Lams.*

ACEC, 1959, n.º 3, pág. 2-23.

C. D. U. 621.394.321 : 621.396

Transmission des messages télégrafiques sur les radio--liaisons — *Hans Heinrich Voss.*

Revue Siemens 19 (1961, pág. 17-23, 10 figuras, 1 tabela e bibliografia.

C. D. U. 621.394.311

New Torn Tape Retransmission Center for Police Telegraph Network — *L. Connert.*

SEL-Nachr., 8 (1960), n.º 2, pág. 81-87 ; Reprinted from Polizei, Tecnik, Verkehr 5 (1960), n.º 6, pág. 163-168

C. D. U. 621.395.24 : 621.311.1

New Telephone Exchange Equipment for Public Corporations — *O. Holderied.*

SEL-Nachr. 8 (1960), n.º 2, pág. 87-89.

C. D. U. 621.395.24 : 654.924.5.792.04 : 688.742.2

Telecommunication Systems of Municipal Stages Gelsenkirchen — *P. Sandener and O. Brüdgam.*

SEL-Nachr. 8 (1960), n.º 2, pág. 17-70.

C. D. U. 621.395.322.8

New Radiotelephone Exchanges for Police Headquarters

SEL-Nachr. 7 (1959), n.º 4, pág. 210-211.

C. D. U. 621.396.62.029.62 : 621.314.7

Touring T 400, a Transistorized Portable VHF Receiver — *J. Harmans.*

SEL-Nachr. 7 (195), n.º 2, pág. 72-75.

C. D. U. 621.398 : 654.93

Electronic Remote Control System — *Anton Muschik and Gerhard Pumpe.*

Siemens Review XXVII (1960) pág. 327-333, 7 figs

C. D. U. 621 741.56

Pressure Tightness of 85-5-5-5 Bronze — *R. A. Flinn.*

Modern Casting, 7-959, vol. 36, n.º 1, pág. 35-42.

C. D. U. 621.783 : 545.7

El rendimiento de los hornos rotativos y la composición de los gases de escape — *A. Virella Blada.*

Cemento-Hormigón, 1, 1959, vol. 25, n.º 298, pág. 4-17 ; 2, 1959, n.º 299, pág. 56-69.

C. D. U. 622.411.511

Estudo da amostragem e da contagem de poeiras na mina de Gondarém (Castelo de Paiva) — *Ricardo Jorge Macedo.*

Est. Not. Trab. S. F. M., vol. 14, n.º 12, pág. 75-144

C. D. U. 622.625.28-831.

New Types of Trolley Locomotives for Mines — *Georg Gawronski.*

Siemens Review, XXVII (1960), pág. 38-41, 3 figs., 1 tabela.

AÇOS INOXIDÁVEIS

Fabricamos e fornecemos todos os tipos de aços inoxidáveis, refractários e anti-ácidos, necessários à construção de instalações e aparelhagens especiais.

Submetam-nos os vossos problemas!

Os nossos Serviços Técnicos estão ao vosso dispor para colaborarem convosco.

Temos à vossa disposição grande variedade de dimensões standard, em chapas, perfis, tubos, electrodos e produtos semi-acabados.

*

STOCKS PERMANENTES

AVESTA JERNVERKS AKTIEBOLAG
AVESTA — SUÉCIA

Representantes Exclusivos para Portugal e Ultramar:

A. JOHNSON & Co (PORTUGAL), L.DA

SEDE EM LISBOA:
Praça José Fontana, 11-1.º
Telef. 479 61 — 479 93 — 479 97

FILIAL NO PORTO:
R. Dr. António Granjo, 160/168
Telef. 5 4666

C. D. U. 625.23 (494)

Les nouvelles voitures unifiées des chemins de fer fédéraux suisses pour le service interne — *F. Gerber.*

Bulletin de l'A. I. du Congrès des Chemins de Fer, 11-960, vol. 37, n.º 11, pág. 881-914.

C. D. U. 625.233

Un nouveau type d'équipement générateur pour l'éclairage des voitures de chemin de fer — *P. Arnaud* e *P. Lamorlette.*

Bulletin de l'A. I. du Congrès des Chemins de Fer, 2-961, vol. 28, n.º 2, pág. 123-131.

C. D. U. 627.822 (44)

La canalisation de la Moselle, une œuvre résultant de la collaboration pacifique des pays européens — *B. Kretzschmar.*

La Houille Blánche, 1960, n.º 6, pág. 690-703.

C. D. U. 627.824.3 (81) Furnas

A Usina de Furnas — *S. R. Cotrim, L. C. Barreto.*

Electricidade, 7-9-960, n.º 15, pág. 281-286.

C. D. U. 656.25 (73)

Entretien des signaux par des équipes spécialisées — *V. P. Shepardson.*

Bulletin de l'A. I. du Congrès des Chemins de Fer, 2-961, vol. 38, n.º 2, pág. 117-122.

C. D. U. 656.254 (73)

Transmission des données avec rapidité élevée — *John L. Wheeler.*

Bulletin de L'A. I. du Congrès des Chemins de Fer, 2-961, vol. 38, n.º 2, pág. 132-142.

C. D. U. 658.511

Ideas sobre la determinación de tipos en una fabricación en serie, y de la corrección de lista de precios — *J. M. Beascoecha.*

Dyna, 1-960, vol. 35, n.º 1, pág. 57-60.

C. D. U. 658.562 : 621.74

Algunas aplicaciones de control estatístico de la calidad en las fundiciones — *Sigmund P. Zobel.*

Dyna, 1-960, vol. 35, n.º 1, pág. 631.

Transcrição de «National Convertion Transactions», 1959.

C. D. U. 658.562

Un método nuevo para implantar el control estadístico de la calidad — *Luis Arocas Martinez.*

Racionalización, 3/4-960, vol. 13, n.º 2, pág. 137-143.

C. D. U. 658.6/.8

La ecuación dinámica de la empresa — *Mario E. Bertoletti.*

Ciência y Técnica, 3/4-959, vol. 127, n.º 637, pág. 87-100.

C. D. U. 658.77/.78

Recepcion por muestreo — *Enrique J. Garcia.*

Informaciones IRAM, 12-958, vol. 22, n.º 5, pág. 137-146.

C. D. U. 666.7 [669.1]

Materiales refractarios para la industria del hierro y del acero (IV parte) — *José M. Palacios Reparaz.*

Dyna, 12-960, vol. 35, n.º 12, pág. 929-941.

C. D. U. 666.94 (489)

La racionalización de la industria del cemento en Dinamarca — *Arne Binzer.*

Cemento-Hormigón, 5-959, vol. 25, n.º 303, pág. 349-359.

C. D. U. 666.942 (46)

La industria del cemento Portland en España — *Patricio Palomar Collado.*

Cemento-Hormigon, 5-959, vol. 25, n.º 303, pág. 301-304.

C. D. U. 666.942.1-523.8

Automatic Contactless Control of Slurry Silos — *Walther Kirchner.*

Siemens Review XXVIII (1961), pág. 32-33, 3 fig.

C. D. U. 667.64 : 698.1

Réconnaissance des subjectiles et détermination de leur aptitude à recevoir les peintures — *M. Mével e A. Tarbouriech.*

Annales de l'I. T. B. T. P, 11-960, n.º 155, pág. 1189-1204.

C. D. U. 669.162.228 : 621.316.79

Equirépartition de vent aux tuyères de hauts fourneaux — *Pierre Debruille et Andre Drohomirecky.*

Revue Siemens 19 (1961), pág. 23-25. 5 figuras.

C. D. U. 678.057.2-83

Equipements électriques modernes de calandres pour l'industrie du caoutchouc et des matières plastiques — *Bläuenstein, E.*

Rev. Brown Boveri, t. 46 (1959), n.º 8, pág. 455-466; 13 fig.

C. D. U. 678.742.2.029

Les mélanges maitres pour le polyéthylene.

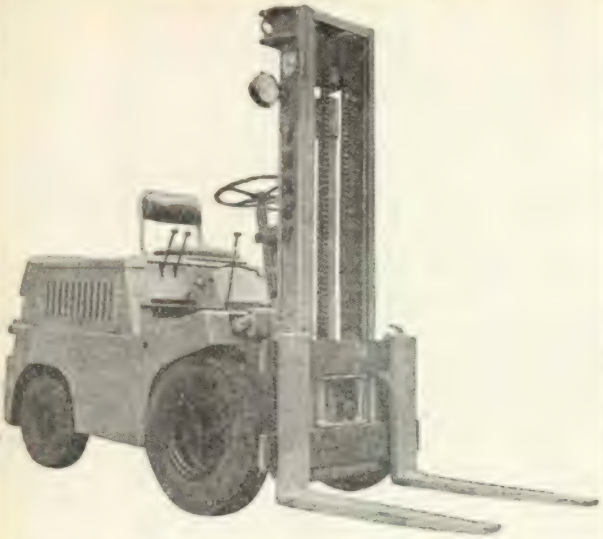
Industrie des Plastiques Modernes, 1-959, vol. 11, n.º 1, pág. 41.

C. D. U. 678.768«Lexam»

Un Polycarbonate Thermoplastiques : Le Lexan — *R. J. Thimpsom & K. B. Voldblum.*

Industrie des Plastiques Modernes, 5-958, vol. 10, n.º 5, pág. 40-42.

SAXBY



CARROS ELEVADORES TRANSPALETTES
para todos os tipos de mercadorias e materiais

Representantes em Portugal:

AZEVEDO & PESSI, L.DA

Rua Nova do Almada, 46 LISBOA-2

Telefones: 2 03 54 — 2 36 36

SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES AMADEU GAUDENCIO

ESCRITÓRIO
E OFICINAS
R. ALEXANDRE
BRAGA, 4-A
LISBOA

ARQUITECTURA
E ENGENHARIA

TELEF.: P. P. C. A. 43191 / 43192 / 59000

END. TELEG.: **CONSTRUÇÃO**

Depósito de Materiais:

ESTRADA DE MOSCAVIDE, 17-19

LISBOA

TELEF. 399072

Construções
Civis

Betão
armado
e pré-esforçado

Carpintaria
mecânica

Trabalhos
de pintura

AUGUSTO CAVACO
ENGENHEIRO

SONDAGENS
FUNDAÇÕES
CAPTAÇÕES DE ÁGUA
REBAIXAMENTOS
DE NÍVEIS AQUÍFEROS

RUA RODRIGO DA FONSECA, 62- • LISBOA • TELEF. 5 3873

C. D. U. 681.14-523.8:381.51

Reservierung von Platzkarten bei der Deutschen Bundesbahn — *Lösch, J.*

SEL-Nachr. 6 (1958), H. 3, S. 119-126.

C. D. U. 681.14-83

The Electronic Digital Computer ER 56 — *R. Basten and H.-J. Dreyer.*

SEL-Nachr. 7 (1959), n.º 4, pág. 199-208.

C. D. U. 69.004.6

Estudos sobre desabamentos.

Rev. Clube Engenharia, 4-959, n.º 272, pág. 40-47.

C. D. U. 697.7

Calentamiento de grandes naves por rayos infrarrojos — *Felix González Olmedo.*

Dyna, 2-961, vol. 36, n.º 2, pág. 70-76.

C. D. U. 698.1:667.64

Réconnaissance des subjectiles et détermination de leur aptitude à recevoir les peintures — *M. Mével e A. Tarbouriech.*

Annales de l'I.T.B.T.P., 11-960, n.º 155, pág. 1189-1204.

C. D. U. 699.86

Problèmes de confort posés par les murs-rideaux — *A. Desplanches.*

Annales de l'I. T. du Bâtiment et des Travaux Publics, 11-960, n.º 155, pág. 1157-1168.

C. D. U. 7 (091)

Frank Lloyd Wright aproximou-nos da arte oriental? — *Luis Boróbio.*

Binário, 10-960, n.º 25, pág. 345-348.

C. D. U. 711.2 (494)

Aménagement du centre de Renens-gare.

Bul. Tech. Suisse Romande, 3-8-960, vol. 86, n.º 17, pág. 285-292.

C. D. U. 711.2 (469.12)

Sobre o planeamento regional de Espinho a Viana do Castelo — *Antão de Almeida Garrett.*

Rev. Faculdade de Engenharia do Porto, 1-6-960, vol. 25, n.º 1, pág. 33-56.

C. D. U. 711.4 (14)

Hacia un urbanismo sensitivo creador de paisajes — *Emile Ailland.*

Informes de la construcción, 10-960, n.º 124, pág. 8.

C. D. U. 711.4 (469.322.13)

Um problema premente: a urbanização de Coimbra — *Carlos de Almeida.*

Binário, 9-960, n.º 24, pág. 297-300; 10-960, n.º 25, pág. 331-334.

C. D. U. 711.6 (813.3)

Censo Urbanístico de Copacabana — *Adina Mera; Edilson Greco Araripe; Adjalme M. Craveiro Filho.*

Rev. Municipal de Engenharia, 1/6-959, vol. 16, n.º 1-2, pág. 7-15 e mapas.

C. D. U. 711.6 (813.3)

Avenida Guanabara — *José Oliveira Reis.*

Rev. Municipal de Engenharia, 1-6-959, vol. 26, n.º 1-2, pág. 16-20 e 5 mapas.

C. D. U. 711.7

Le problème des voiries et réseaux divers (U.R.D.) dans les programmes généraux d'Urbanisme — *L. Designes e P. Koch.*

Annales de l'I.T.B.T.P., 11-960, n.º 155, pág. 1247-1260.

C. D. U. 725.35 (44)

Entrepôt des Caleries Lafayette de l'Ile Saint-Denis — *T. Jean-Bloch, R. Chassereau, J. Paisant e A. Moulin.*

Annales de l'I.T.B.T.P., 11-964, n.º 155, pág. 1169-1188.

C. D. U. 725.5

Planejamento e construção de Hospitais. Esquema da Manutenção — *José Annibal Silva.*

Rev. Clube Engenharia, 2-959, n.º 270, pág. 17-20.

C. D. U. 725.95

Nuevo puente en Ceilán — *B. Seshadri.*

Infórmes de la Construcción, 11-960, n.º 125, pág. 4.

C. D. U. 727.2

Escuela intermedia en Alamitos — *Neutra & Alexander Y Ass.*

Informes de la Construcción, 11-960, n.º 125, pág. 8.

C. D. U. 728 (48)

El problema de la vivienda en los paises de Escandinavia — *Ewaldo G. Paulsen.*

La ingenieria, 6-7-959, vol. 68, n.º 973, pág. 32-37.

C. D. U. 92 Joliot: 531 "9"

A obra científica de Frédéric Joliot — *Manuel Valadares.*

Gazeta de Física, 3-959, vol. 3, n.º 7, pág. 188-193.

SISTEMA *Shawnee Poole*

- 3,5/4 Lts. de gasóleo por hora
- Declives até 20 % carregado e até 25 % descarregado
- 7 jardas cúbicas (10 toneladas) de capacidade
- Ângulo de viragem de 110°
- Redução do custo total de cada trabalho para 50 %
- Entregas imediatas

SÍMBOLO DE ECONOMIA E MOBILIDADE EM TRANSPORTES

Peça uma demonstração gratuita no próprio local do seu trabalho ao

Representante exclusivo

ESTABELECIMENTOS HEROLD, S. A. R. L.

Rua dos Fanqueiros, 278, 5.º — LISBOA

Telefones 24221/2/3

Tabelas para o Cálculo de Betão Armado

POR FERNANDO VASCO COSTA

4.ª edição revista e aumentada pelo autor e por

JOÃO D'ARGA E LIMA

Preço 140$00

●

TOPOGRAFIA GERAL

Pelo Eng.º A. C. Xerez

1.º Volume

2.ª edição revista e aumentada

Preço de cada volume 150$00

●

MANUAL DE HIDRÁULICA

Pelo Eng.º Armando C. Lencastre

Preço 150$00

●

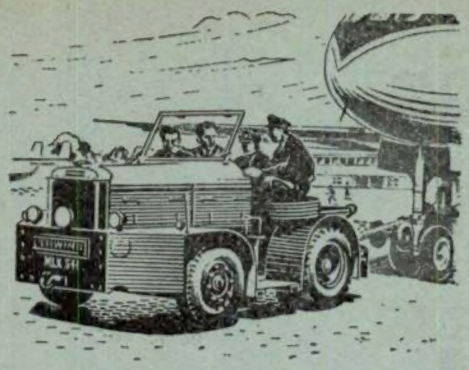
Dicionário de Unidades e Tabelas de Conversão

Pelo Eng.º Vasco Costa e Osvaldo Francês

Preço 35$00

Pedidos à "Técnica"

Desconto: 10 % aos assinantes



MERCURY

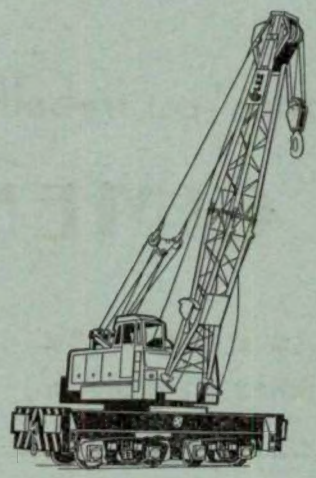
TRACTORES INDUSTRIAIS

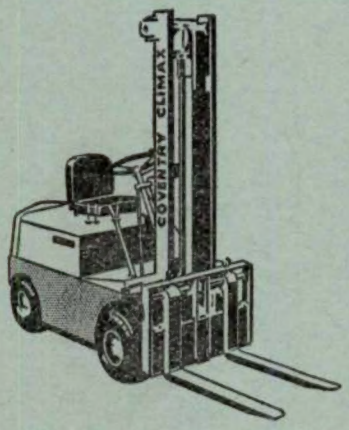
Capacidades de reboque
até 300 Ton

COLES

GUINDASTES MÓVEIS

Capacidades até 60 Ton





Coventry Climax

EMPILHADORES

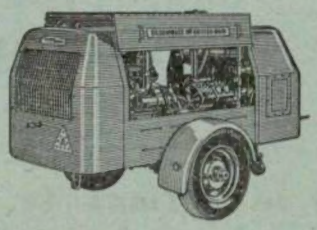
ELÉCTRICOS DIESEL GASOLINA

Capacidades até 3 Ton

"BROOMWADE"

COMPRESSORES

PORTÁTEIS E FIXOS
ROTATIVOS E ALTERNATIVOS
E FERRAMENTAS PNEUMÁTICAS



GUEDES & ALMEIDA, LDA. • R. S. Nicolau, 71-4.º — Tel. 25080 • LISBOA 2

COMPANHIA
"CIMENTO TEJO"

PORTUGAL

TEJO
CIMENTO PORTLAND NORMAL

Em todos os trabalhos de responsabilidade utilize

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA COM
CINCO LINHAS DE FABRICO

SEDE: R. DA VITÓRIA, 88 — LISBOA 2
TELEF. 28953/28552

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada
(REGISTADO)

SERRALHARIAS,
CALDEIRARIA,
FERRARIA,
FUNDIÇÕES

ESCRITÓRIO
Rua de S. Tiago, 13
LISBOA
Telefone 26572

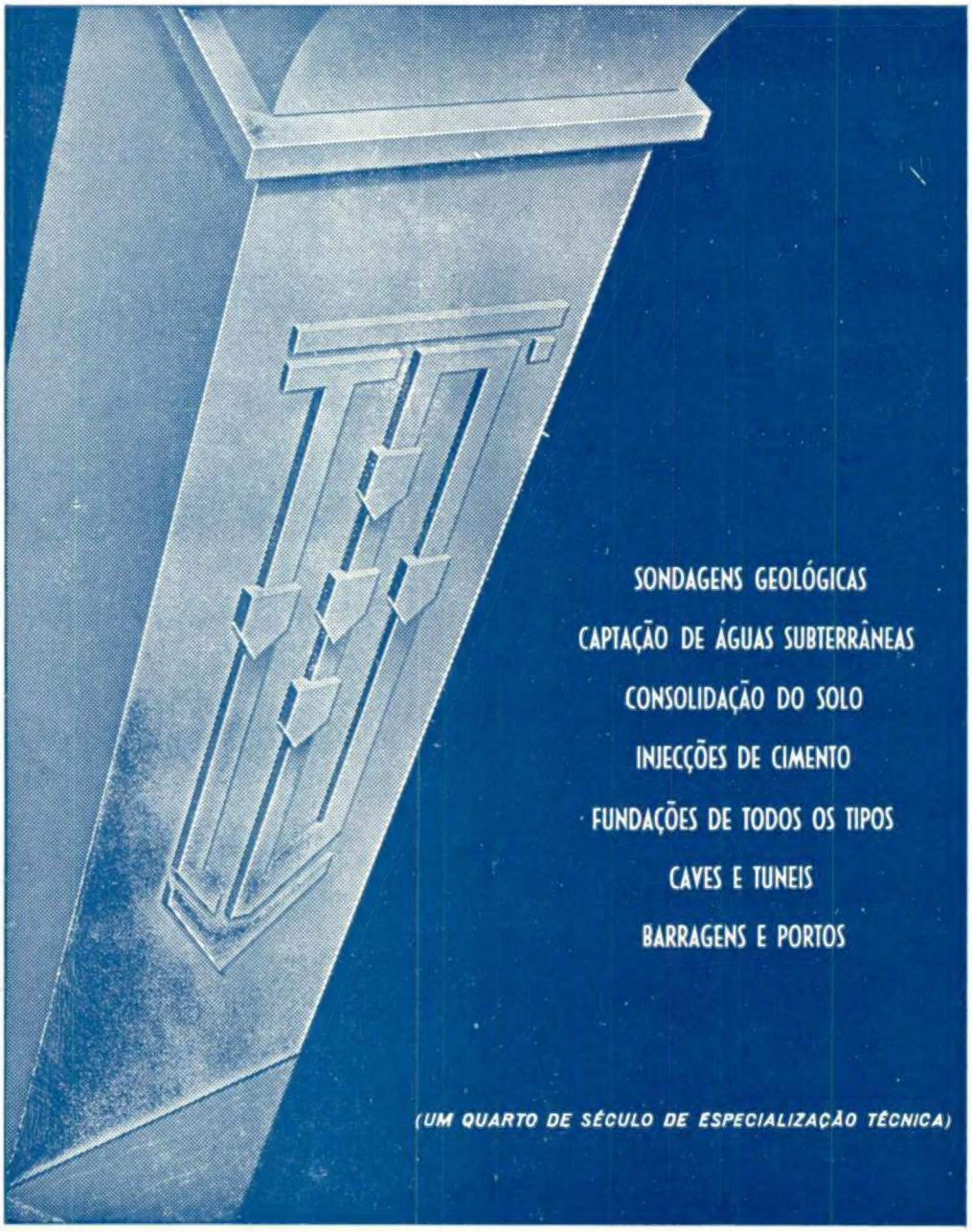
DUPLICADORES
Manuais e eléctricos.
Gestetner
OS MELHORES
DO MUNDO
A GESTETNER, L.DA
RUA DA CONCEIÇÃO, 125 Telefone 2 2628 - LISBOA
LARGO DO PADRÃO, 20, 1.º Telefone 2 3469 - PORTO

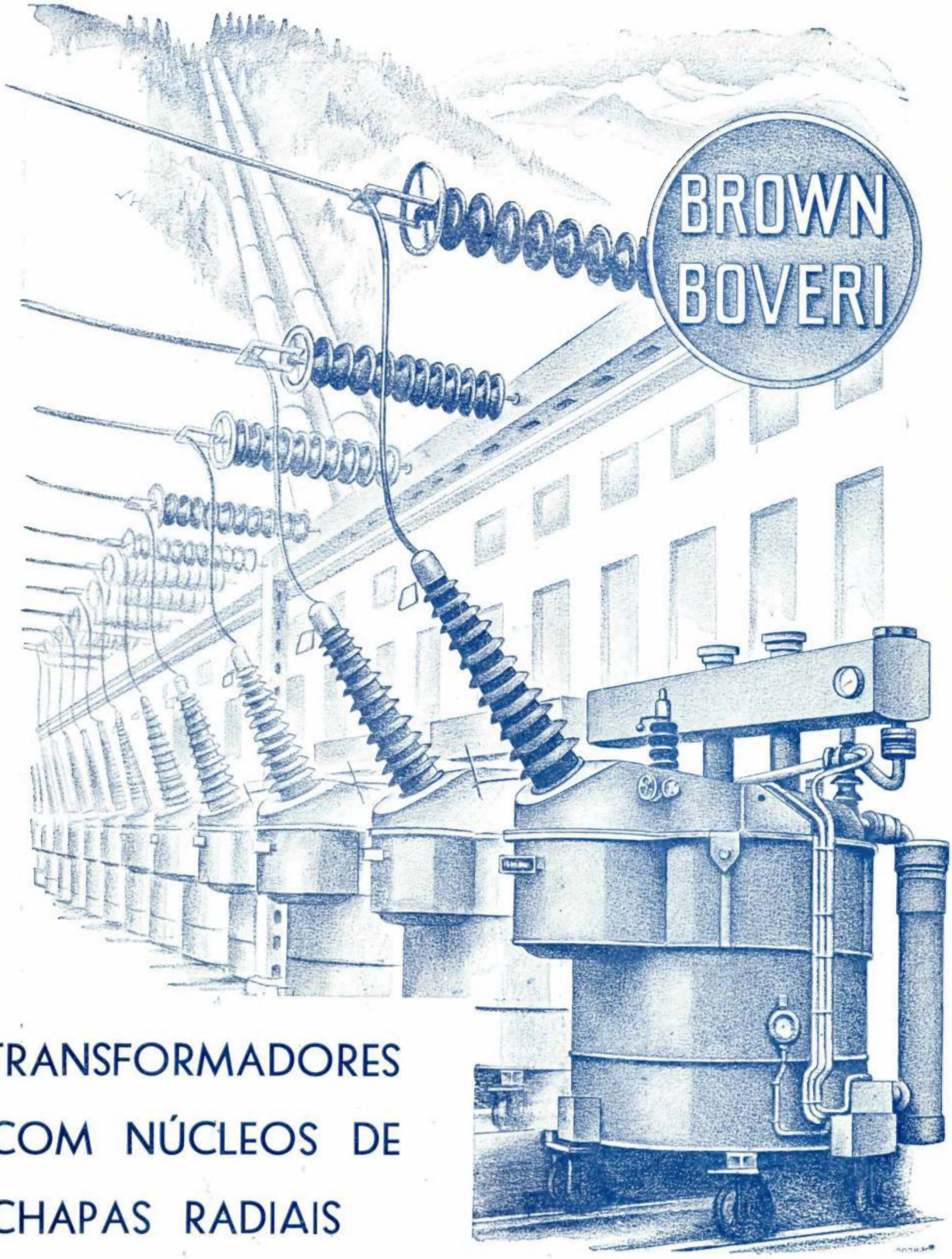
Empresa de Sondagens e Fundações

TEIXEIRA DUARTE, L.DA

PR. DA FIGUEIRA, 18. 3.°
TELEF. 3 2774

LISBOA





TRANSFORMADORES COM NÚCLEOS DE CHAPAS RADIAIS

Monofásicos e trifásicos para tensões até 400 kV e todas as potências atravessantes até 600 MVA. Estes transformadores caracterizam-se pelo bom comportamento às ondas de choque e reduzida altura. São económicos e deram com sucesso excelentes provas práticas.

SOCIEDADE DE ELECTRICIDADE BROWN BOVERI, LDA. PORT